

Statisch (on) bepaalde constructies.

tot nu: statisch bepaalde constructies

voorbeeld 1

oplegreacties

steunpunt (A): A_H en A_V
 steunpunt (B): B_V

⇒ 3 onbekenden

3 evenwichtsvergelijkingen

$$\left. \begin{aligned} \sum H &= 0 \\ \sum V &= 0 \\ \sum M &= 0 \end{aligned} \right\}$$

3 onbekenden } 3 onbekenden zijn (wiskundig) op te lossen
 3 evenwichtsvergelijkingen }

⇒ constructie is statisch bepaald

in formule: $n = R - E$

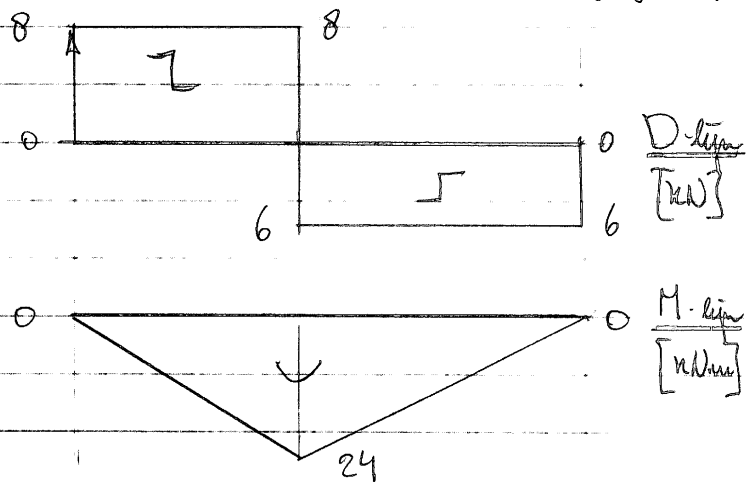
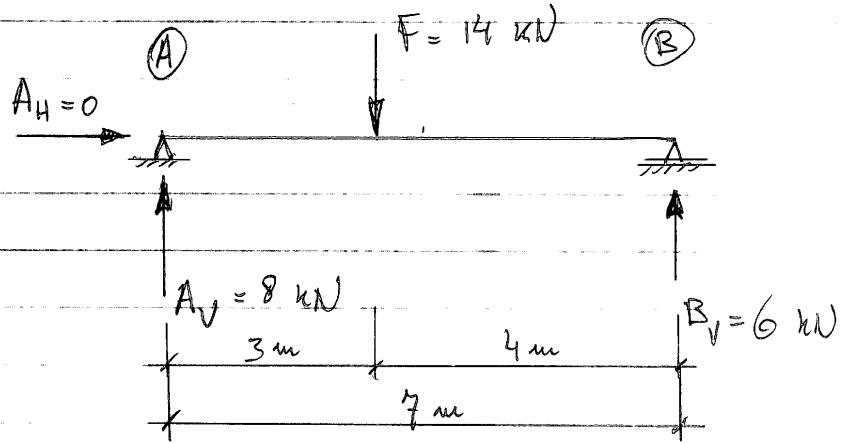
n = graad

R = aantal oplegreacties

E = aantal evenwichtsvergelijkingen

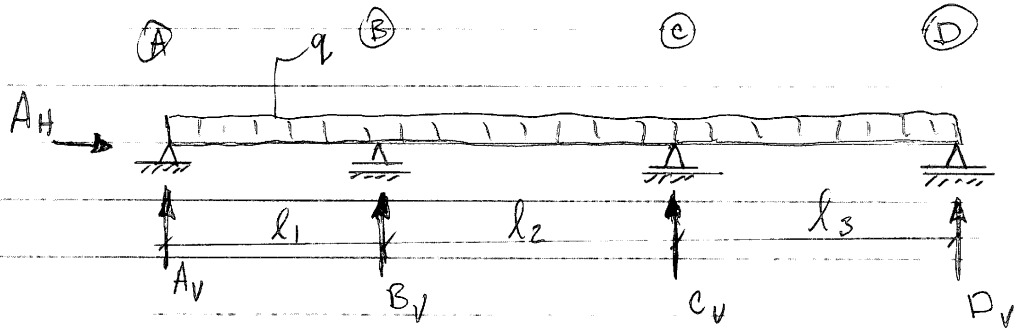
strategie

- * oplegreacties bepalen
 - * N-lijn
 - * D-lijn
 - * M-lijn
- } krachtweddeling in ligger bekend.



voorbeeld 2

doorlopende ligger is
ligger met meer dan
2 opleggingen



formule: $n = R - E$

$R = 5$ (aantal oplegreacties)

$E = 3$ (aantal evenwichtsvergelijkingen)

$n = 2$; we komen 2 vergelijkingen tekort om
5-tal onbekenden op te kunnen lossen

⇒ constructie is 2-voudig statisch onbepaald

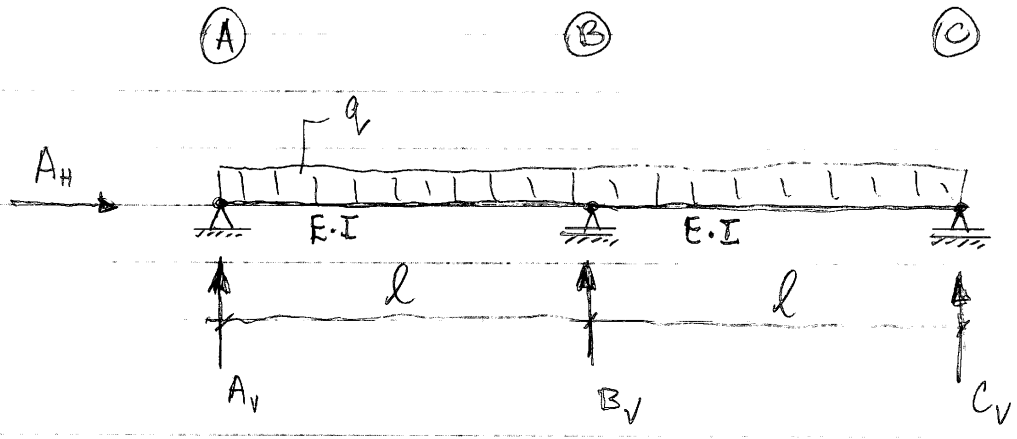
ook mogelijk is:

3-voudig	S.O.
4-voudig	S.O.
5-voudig	S.O.
etc.	

maar ook:

1-voudig	S.O.	of
onbepaald	S.O.	

voorbeeld 3



$n = R - E$

$R = 4$ (aantal oplegreacties)

$E = 3$ (aantal evenwichtsvergelijkingen)

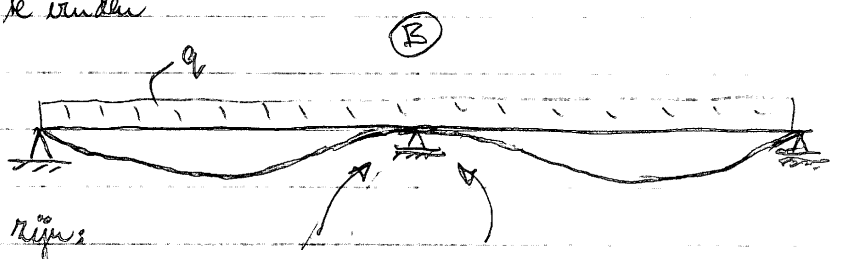
$n = 1$ - voudig statisch onbepaald

Kunnen de onbekenden (oplegreacties) voor deze constructie opgelost worden?
Ja, we moeten zoeken naar een 4e vergelijking!

2 methoden voor bepalen van krachtverdeling

- 1. verplaatsingsmethode; vergelijkingen opstellen van onbekende verplaatsingen - hoekverdraaiingen t.p.v. knopen - doorbuigingen (steunpunt weghaken!)

lijkt naar verplaatsingen lijn en probeer 4e vergelijking te vinden



Statisch onbepaald om knippen rijen:

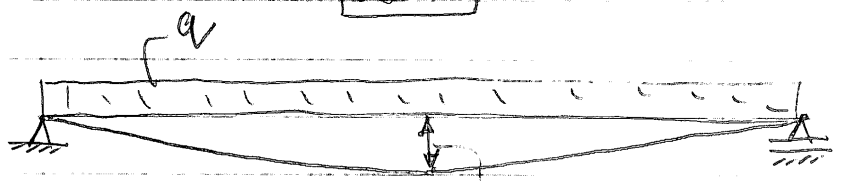
→ M_B : moment in (B)

eis: $\varphi_B = 0$

spraak van symmetrie (constructie en belasting)

$\varphi_{B, Li} = \varphi_{B, RE}$

eis: $\varphi_B = 0$



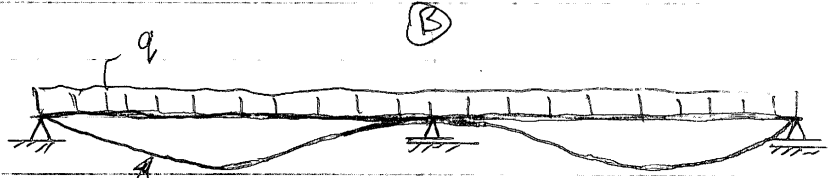
→ B_V : oplegreactie in (B)

eis: $\delta_B = 0$

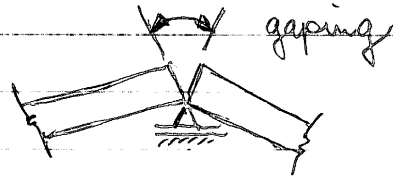
eis: $\delta_B = 0$

uitwendige krachtsgrootheid

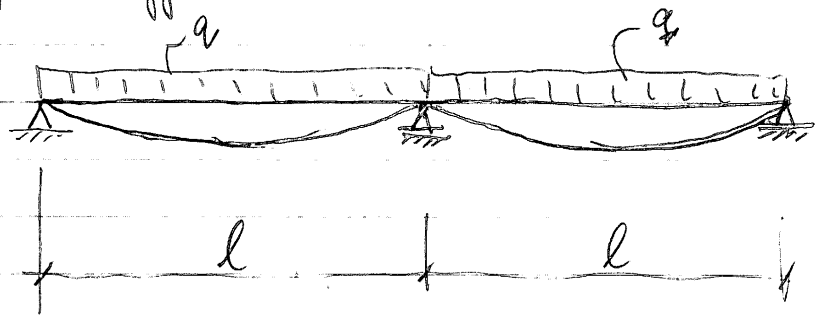
2. Krachtenmethode; constructie opdelen in statisch bepaalde delen
onbekende snede krachten en momenten oplossen
door opstellen van vergelijkingen



leopaal vorm verplaatsingen zijn
lijger in B door knippen

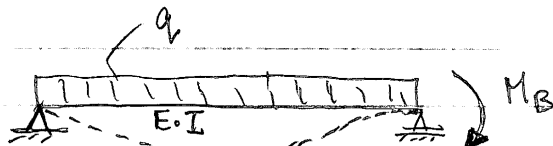


we krijgen 2 statisch bepaalde liggers:

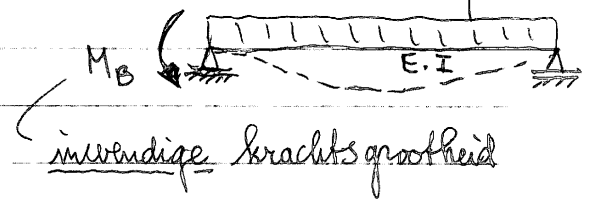


"repareren" door aanbrenge
momenten in punt B

M_B = statisch onbepaalde



oplossen door 2gn.
gapsvergelijkingen



Door vorm van constructie te veranderen en weer terug te brengen
in oorspronkelijke toestand, kunnen we een 4^e vergelijking
opstellen en alle onbekenden (oplegreacties) oplossen.

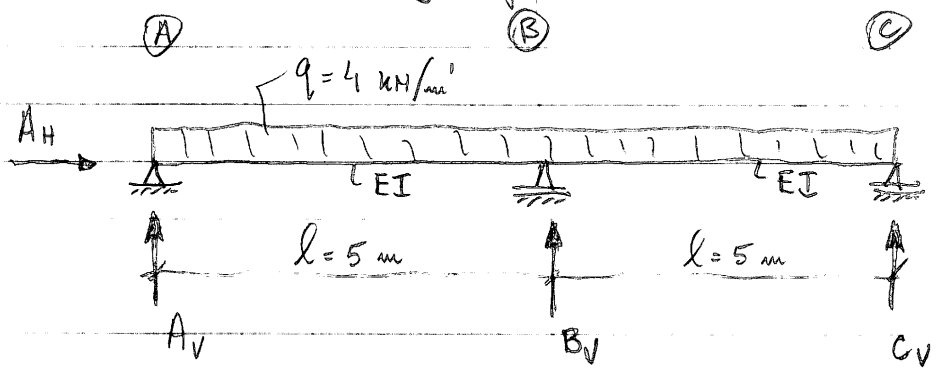
De extra vergelijking wordt ook wel
vormveranderingsvoorwaarde (v.v.v.) genoemd.

Oplossen door gebruik van Vergel-Mij-Nietjes (V.G.M.N)

Voorbeeld verplaatsingsmethode

- symmetrische ligger ($l = \text{constant}$)
- belasting gelijk (links en rechts)

gevraagd
krachtwederdeling
in doorlopende ligger?



oplossing

$n = R - E$

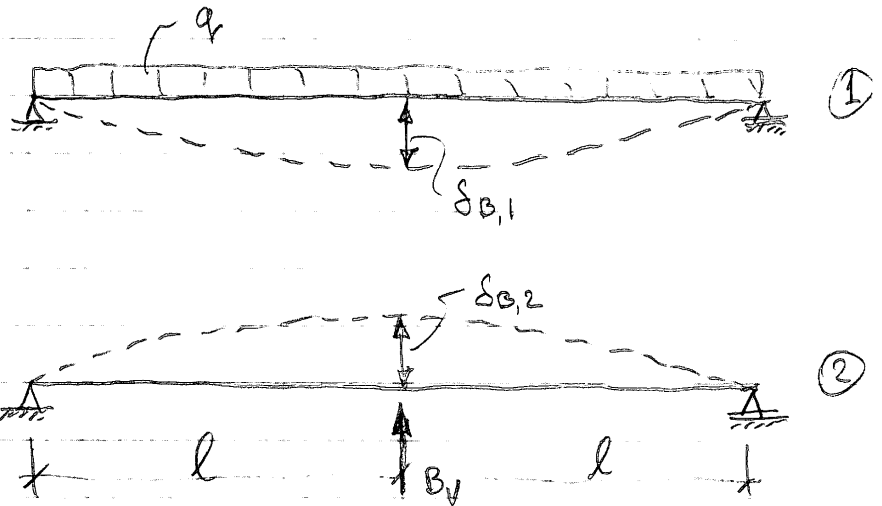
$n = 4 - 3$

$n = 1 \rightarrow$ constructie enkelvoudig statisch onbepaald

{ kies B_V als statisch onbepaalde
eis: $\delta_B = 0$

verhuysje

- haal steunpunt B weg
- bepaal $\delta_{B,1}$
- breng aan kracht B_V (\uparrow)
- bepaal $\delta_{B,2}$
- tel op $\delta_{B,1} + \delta_{B,2} = 0$



V.G.M.N.

① $\delta_{B,1} = \frac{5 q \cdot (2l)^4}{384 EI} = \frac{80 \cdot q l^4}{384 E \cdot I} \quad (\downarrow)$

② $\delta_{B,2} = \frac{B_V \cdot (2l)^3}{48 EI} = \frac{8 \cdot B_V \cdot l^3}{48 \cdot EI} \quad (\uparrow)$

$\frac{8 B_V \cdot l^3}{48 EI} = \frac{80 q l^4}{384 EI}$

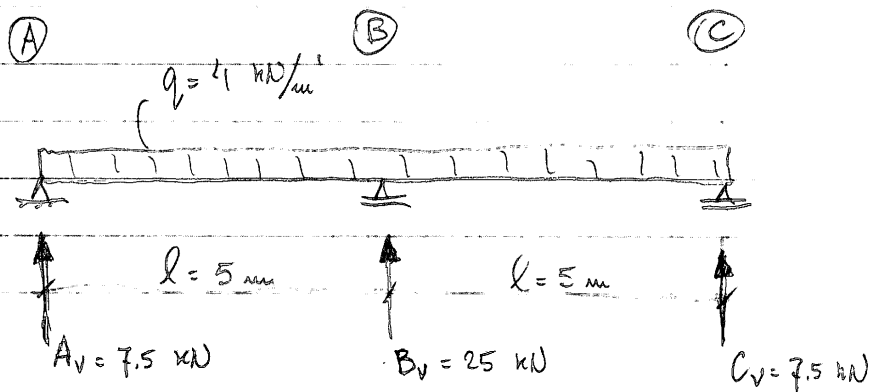
$B_V = \frac{5}{4} \cdot q l = \frac{5}{4} \cdot 4 \cdot 5 \rightarrow B_V = 25 \text{ kN } (\uparrow)$

$\sum M_{\text{over } C} = 0 : A_V \cdot 10 - (4 \cdot 10) \cdot 5 + 25 \cdot 5 = 0 \rightarrow A_V = 7,5 \text{ kN } (\uparrow)$

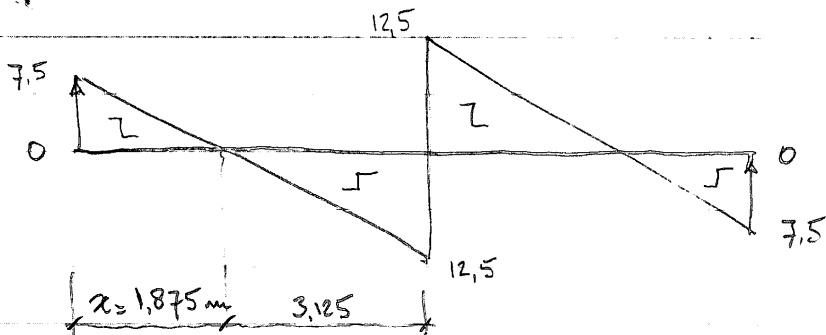
$\sum V = 0 : 7,5 + 25 + C_V - (4 \cdot 10) = 0 \rightarrow C_V = 7,5 \text{ kN } (\uparrow)$

D- en M-lijnen bepalen.

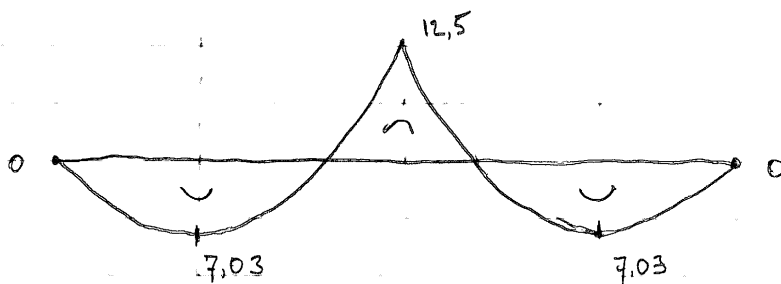
constructie
belasting
reactiekrachten



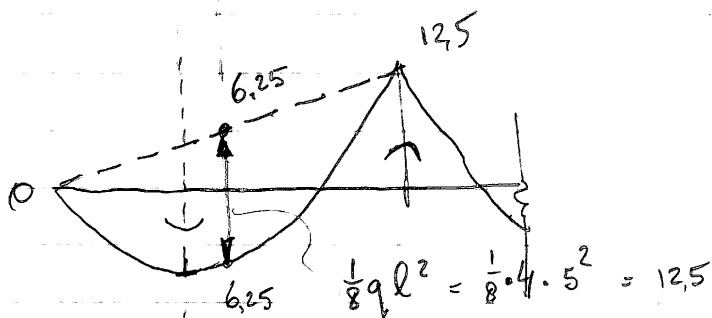
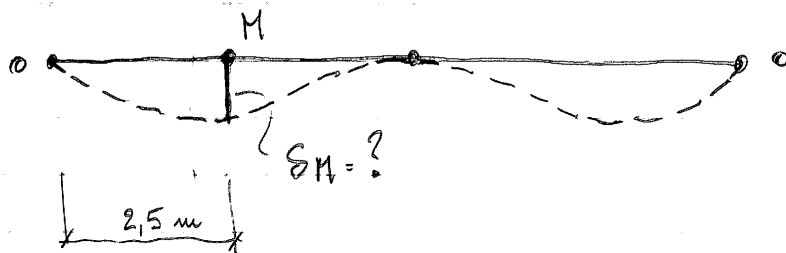
D-lijn
[kN]



M-lijn
[kNm]



Verplaatsingen



OPGAVEN STATISCH ONBEPAALENDE CONSTRUCTIE.

① gevraagd: krachtverdeling? ① ②

oplossing:

graad van onbepaaldheid

$$n = R - E$$

$$n = 4 - 3$$

$n = 1 \rightarrow$ enkelvoudig statisch onbepaalde constructie

kies V_B als statisch onbepaalde

eis: $\delta_B = 0$

werkwijze: haal steunpunt ② weg \rightarrow bepaal $\delta_{B,1}$ tgv. $q \rightarrow$ breng aan kracht $V_B \rightarrow$ bepaal $\delta_{B,2}$ tgv. $V_B \rightarrow$ tel op $\delta_{B,1} + \delta_{B,2} = 0$
 bepaal grootte van $V_B \rightarrow$ bepaal andere onbekenden (H_A, V_A en M_A) \rightarrow teken D-lijn en M-lijn \rightarrow schets doorbuigingslijn

VGMN.

$$\delta_{B,1} = \frac{5 \cdot 10^4}{8EI} = \frac{6250}{EI} \quad (\downarrow)$$

$$\delta_{B,2} = \frac{V_B \cdot 10^3}{3EI} = \frac{V_B \cdot 333}{EI} \quad (\uparrow)$$

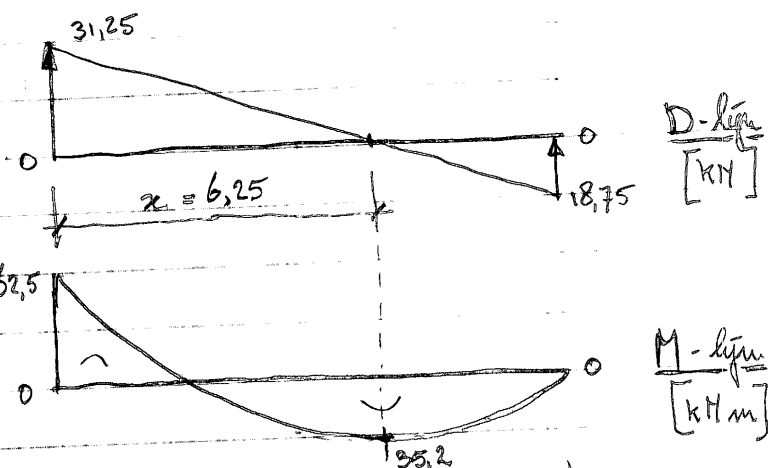
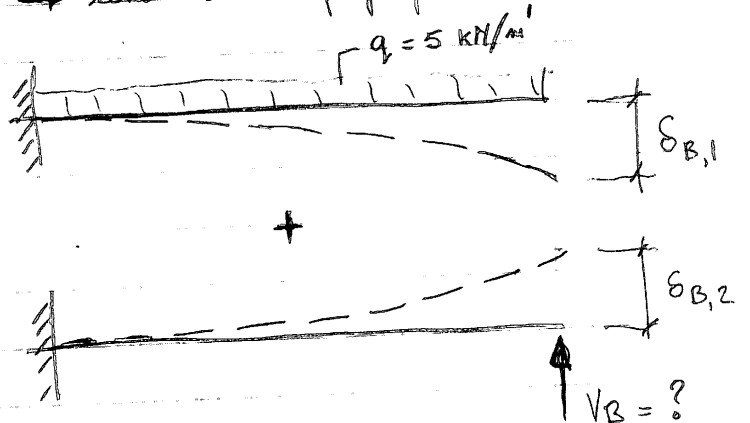
$$\delta_{B,1} = \delta_{B,2} \rightarrow V_B = 18,75 \text{ kN} \quad (\uparrow)$$

$$\sum V = 0: \quad V_A = 31,25 \text{ kN} \quad (\uparrow)$$

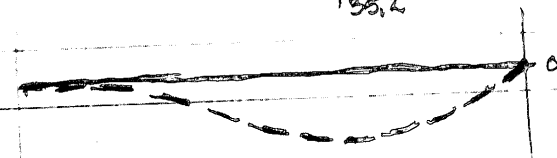
$$\sum M_{\text{tov. A}} = 0: \quad -M_A + (5 \cdot 10) \cdot 5 - 18,75 \cdot 10 = 0$$

$$M_A = 62,5 \text{ kNm} \quad (\leftarrow)$$

$$\sum H = 0: \quad H_A = 0 \text{ kN}$$



Doorbuigingslijn



② gevraagd
krachtverdeling?

$n = 1 \rightarrow$
enkelvoudig S.O. ligger

hier V_B als statisch onbepaalde

eis: $\delta_B = 0$

werkwijze: zie voorbeeld ①

"G.M.N.

$$\delta_c = \frac{5 \times 5^2}{2 EI} = \frac{62,5}{EI}$$

$$\delta_{B,1} = \delta_c + \delta_c \times 5 \text{ m}$$

$$\delta_{B,1} = \frac{5 \times 5^3}{3 \cdot EI} + \frac{62,5}{EI} \times 5$$

$$\delta_{B,1} = \frac{520,83}{EI}$$

$$\delta_{B,2} = \frac{V_B \times 10^3}{3 EI} = \frac{V_B \times 333}{EI}$$

$$\delta_{B,1} = \delta_{B,2} \rightarrow V_B = 1,56 \text{ kN}$$

$$\sum V = 0: \quad V_A = 3,44 \text{ kN}$$

$$\sum M_{\text{toev A}} = 0:$$

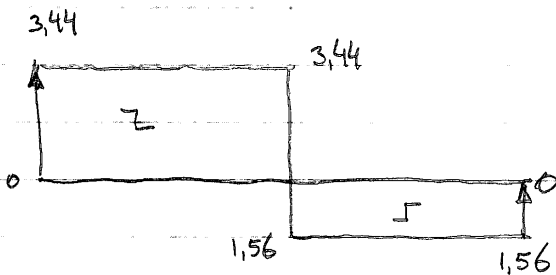
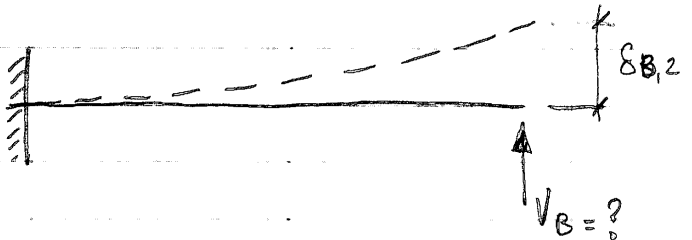
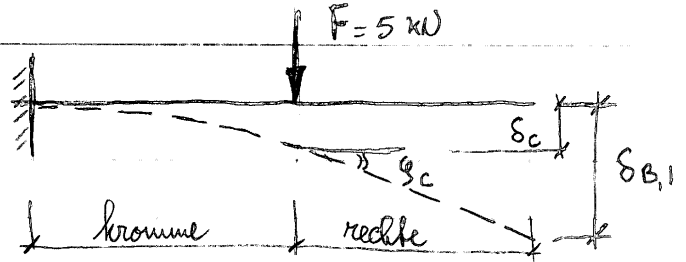
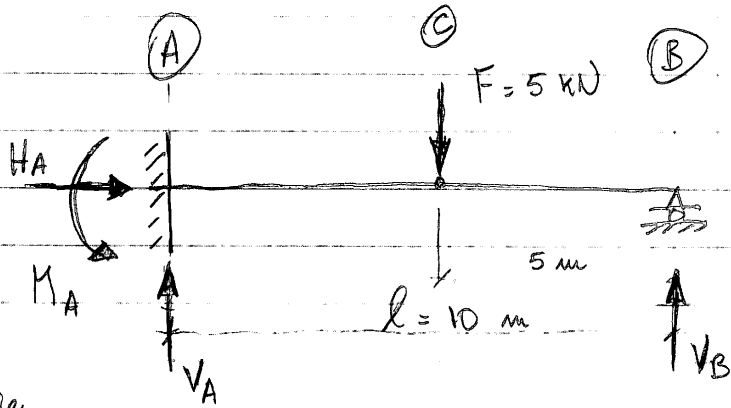
$$-M_A + 5 \times 5 - 1,56 \times 10 = 0$$

$$M_A = 9,4 \text{ kNm (⊖)}$$

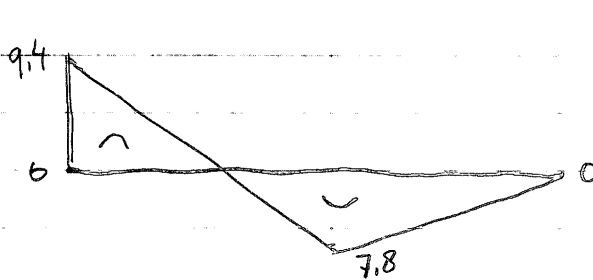
$$\sum H = 0:$$

$$H_A = 0$$

Doorbuigingslijn



D-lijn
[kN]



M-lijn
[kNm]

