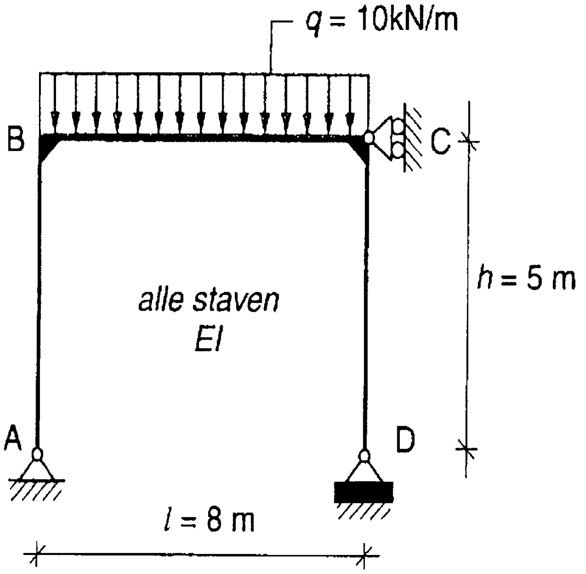
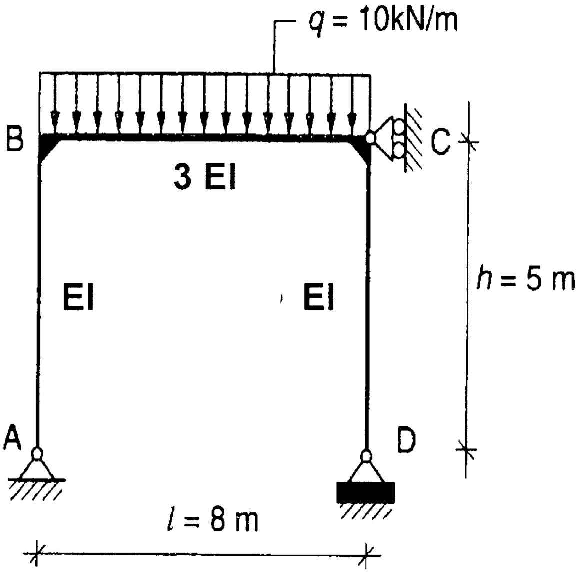
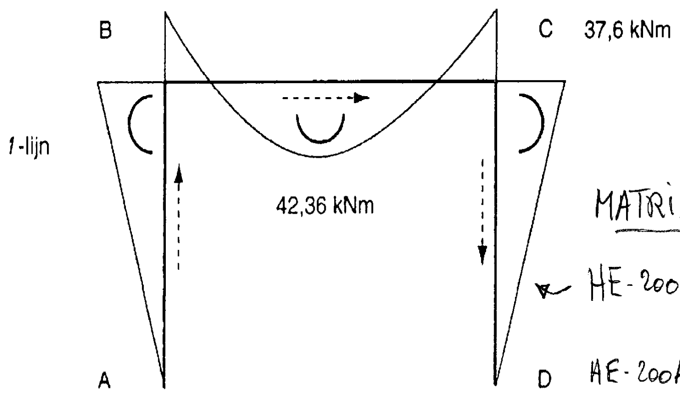
WEEK 7 – Mod. 6, H.4 Stijfheidsverschillen

Stijfheidsverschillen tussen regel en kolom

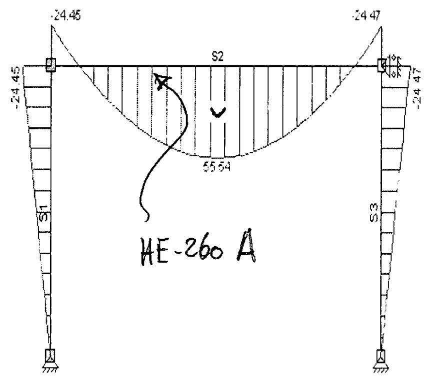






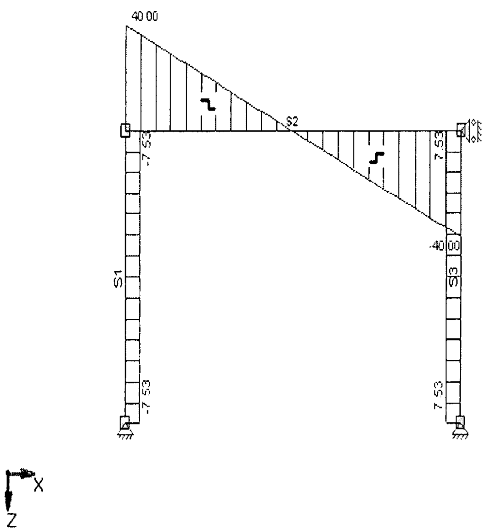
MATRIX-FRAME

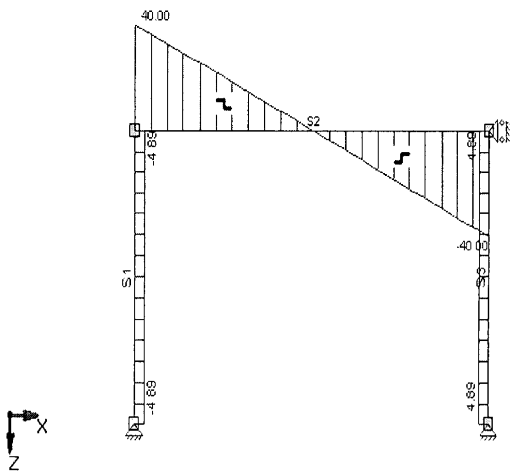
HE-200A



HE-200A : $I_y = 3692$

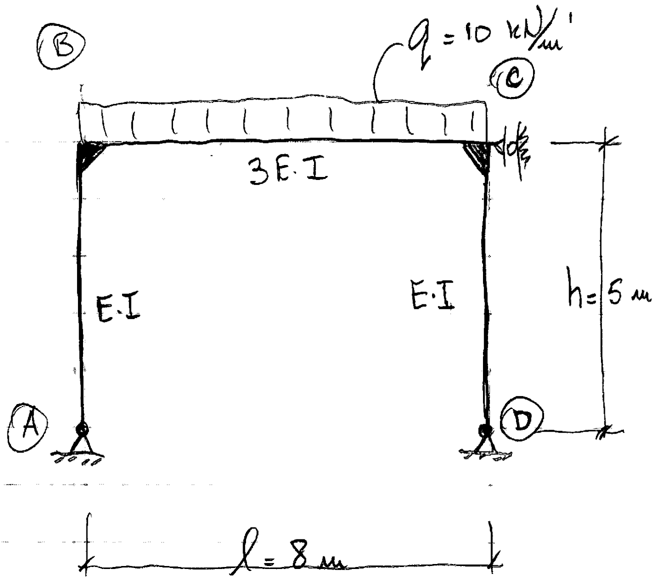
260A : $I_y = 10455$ } factor 2,83





Raamwerk: Voorbeeld

gevraagd: krachtsverdeling en reactiekrachten



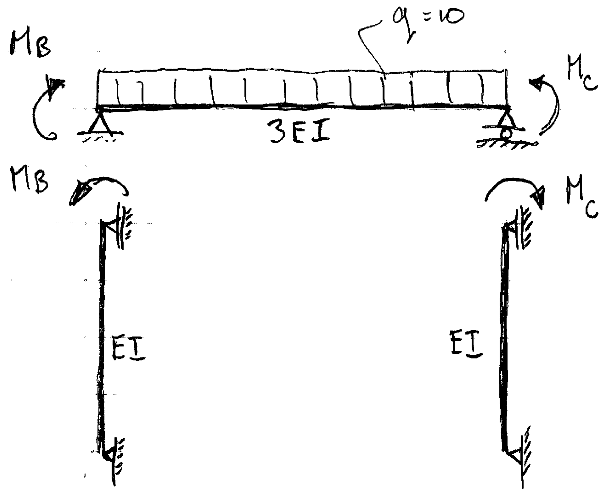
Momenten in B en C oplossen met

① $\varphi_{BA} = \varphi_{BC}$

② $\varphi_{CB} = \varphi_{CD}$

① $$\frac{M_B \cdot h}{3EI} = -\frac{M_B \cdot l}{3 \cdot (3EI)} - \frac{q l^3}{24 \cdot (3EI)} - \frac{M_c \cdot l}{6(3EI)}$$

② $$\frac{M_B \cdot l}{6 \cdot (3EI)} + \frac{q \cdot l^3}{24 \cdot (3EI)} + \frac{M_c \cdot l}{3 (3EI)} = -\frac{M_c \cdot h}{3EI}$$



opm: vanwege symmetrie zal moment in C even groot zijn als moment in B zowel, dan ① en ② uitwerken en M_B en M_c oplossen

① $$\frac{M_B \cdot 5}{3EI} = -\frac{M_B \cdot 8}{9EI} - \frac{10 \cdot 8^3}{72\,EI} - \frac{M_B \cdot 8}{18\,EI}$$

$$M_B \cdot \left(\frac{30}{18} + \frac{16}{18} + \frac{8}{18}\right) = -\frac{640}{9}$$

$$M_B = -\frac{640}{9} \cdot \frac{18}{54} \quad \longrightarrow M_B = -23{,}7 \text{ kNm}$$

$$\longrightarrow M_c = -23{,}7 \text{ kNm}$$

Verticale reactiekrachten

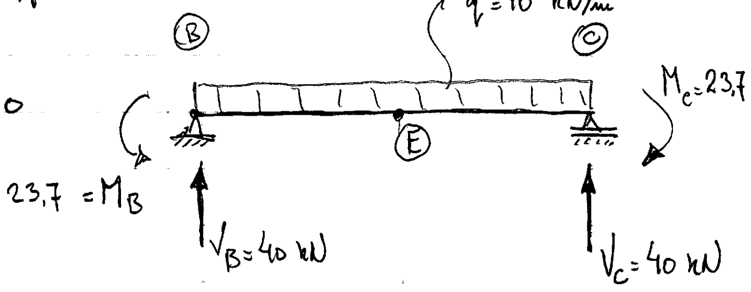
momenten M_B en M_c werken elkaar 'tegen' → reacties = 0

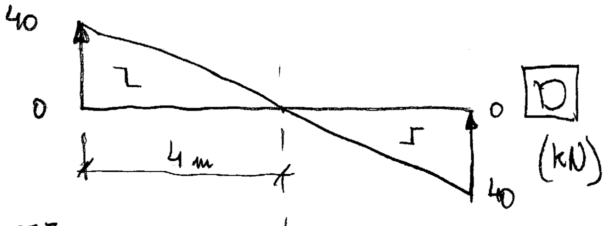
blijft over q-belasting

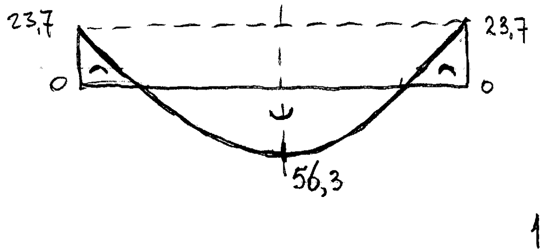
$V_B = V_c = 40$ kN (↑)

Moment in E

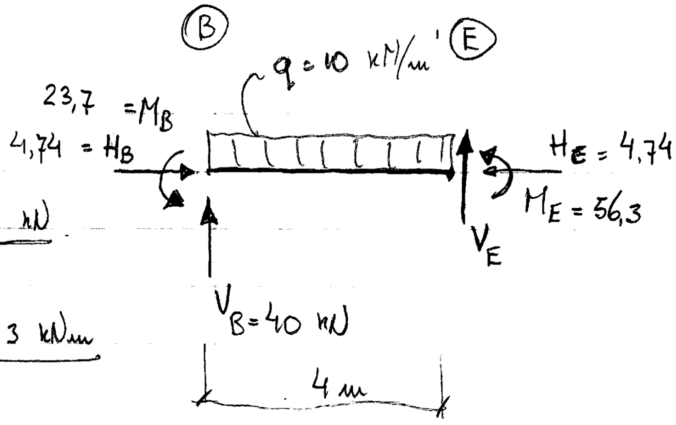
$$M_E = -23{,}7 + 40 \cdot 4 \cdot \tfrac{1}{2} \rightarrow M_E = 56{,}3 \text{ kNm}$$







f : in punt E



$\Sigma V = 0: \; 40 - 10 * 4 + V_E = 0 \;\rightarrow\; \underline{V_E = 0 \text{ kN}}$

$\Sigma M = 0: \; -M_E - (10 \cdot 4) \cdot 2 + 40 \cdot 4 - 23{,}7 = 0$

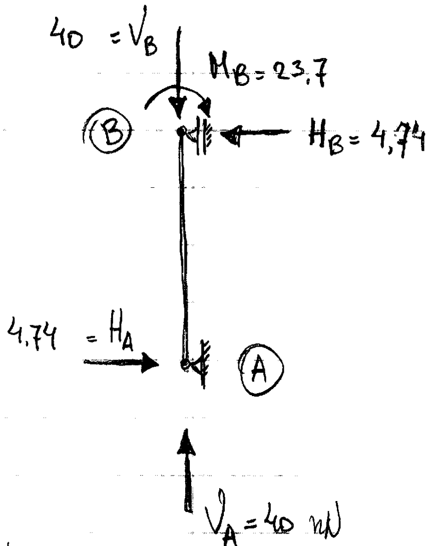
$M_E = 160 - 80 - 23{,}7 \;\rightarrow\; \underline{M_E = 56{,}3 \text{ kNm}}$

Kolom AB

$\Sigma M_B = 0: \; +23{,}7 - H_A \cdot 5 = 0$

$H_A = 4{,}74 \text{ kN } (\rightarrow)$

$\Sigma H = 0: \quad H_B = 4{,}74 \text{ kN } (\leftarrow)$



H_A en H_B veroorzaken dwarskrachten in staaf AB

Kracht H_B in de kolom geeft een normaalkracht H_B in staaf BC !!

$\Sigma V = 0: \; V_A - V_B = 0 \;\rightarrow\; V_A = 40 \text{ kN } (\uparrow)$

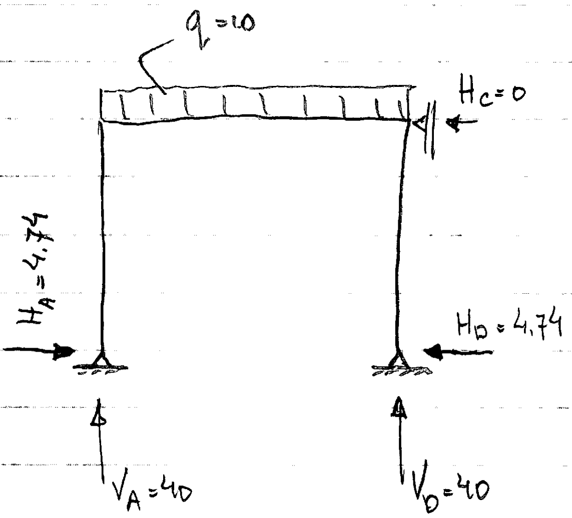
Kolom DC

zelfde uitwerking

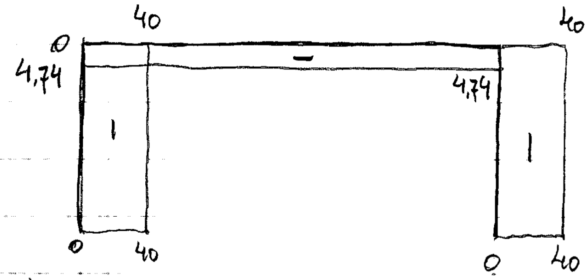
Samengevat

(controleer met Matrix-Frame)

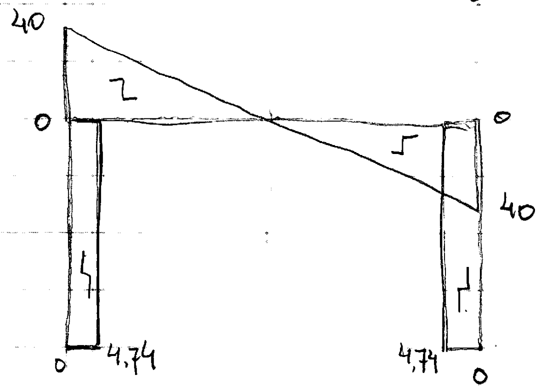
Reactiekrachten



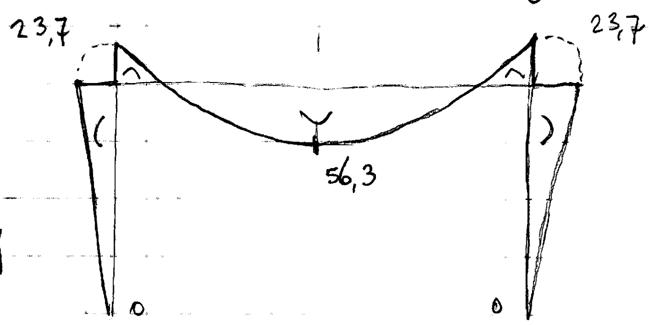
N-lijn [kN]



D-lijn [kN]



M-lijn [kNm]



BUIGING EN NORMAALKRACHT

De spanningsverdeling voor een op buiging en op trek belaste ligger verloopt als volgt:

Negatief buigend moment:

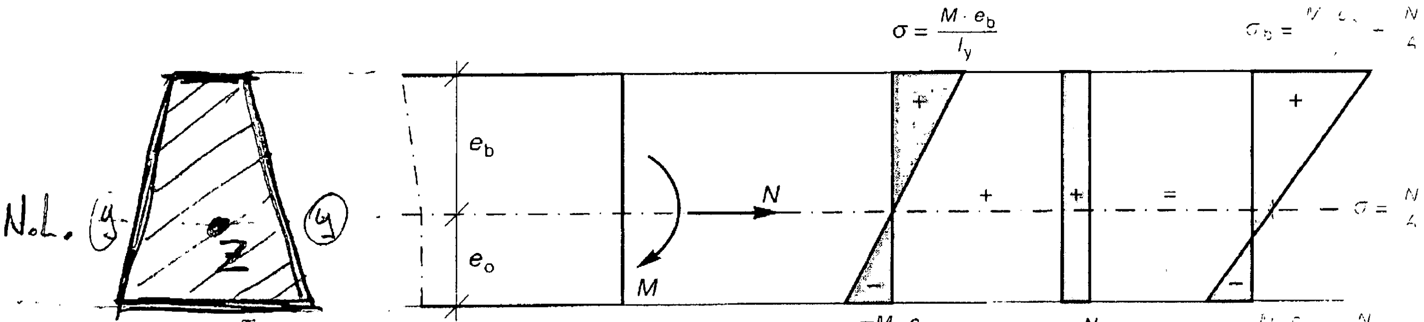
$$\sigma = \pm \frac{M \cdot z}{I_y}$$

$$\sigma_{boven} = \frac{M \cdot e_b}{I_y} \quad \left(W_b = \frac{I_y}{e_b}\right)$$

$$\sigma_{onder} = \frac{M \cdot e_o}{I_y} \quad \left(W_o = \frac{I_y}{e_o}\right)$$

Normaal trekkracht:

$$\sigma = + \frac{N}{A}$$



Figuur 7.
Buigend moment + trekkracht

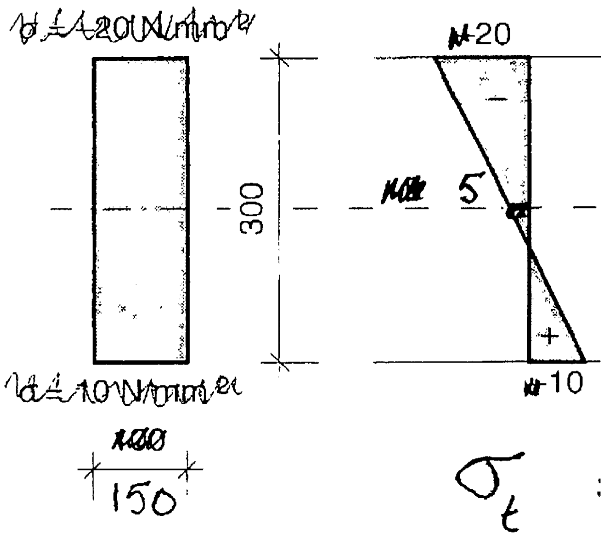
Let op

De neutrale lijn verschuift.
De spanning op de plaats van de neutrale lijn is de trekspanning als gevolg van de normaalkracht.

Voorbeeld

Gegevens

Een ligger in doorsnede met gegeven spanningen. Zie figuur 7.2.
De afmetingen van de balk zijn $b \cdot h = 150 \cdot 300$ mm,
$\sigma_{boven} = -20$ N/mm^2, $\sigma_{onder} = 10$ N/mm^2.



Gevraagd

Bereken de normaalkracht en het buigend moment die op de doorsnede werken.

Methode 1 Bepaal W en A, en stel de vergelijking op:

$$\sigma_{boven} = +\frac{M}{W} + \frac{N}{A}$$

$$\sigma_{onder} = -\frac{M}{W} + \frac{N}{A}$$

Methode 2

Een andere methode is:

- Teken de spanningslijn over de hoogte van de doorsnede.

De doorsnede is symmetrisch, de neutrale lijn ligt in het midden van de doorsnede.

- Bepaal de spanning op de plaats van de neutrale lijn. Deze spanning kan uitsluitend door een normaalkracht veroorzaakt worden. Bepaal deze normaalkracht.
- Bepaal de restspanning zonder normaalkracht en bepaal het moment M.

Uitwerking

De tweede oplossingsmethode wordt gevolgd.

De spanning op de plaats van de neutrale lijn is $(-20 + 10)/2 = -5$ N/mm^2, dus de normaalkracht is een drukkracht.

$N_{\text{druk}} = 5 \cdot 150 \cdot 300 = 225\,000$ N

Restspanning: de drukspanning opheffen door +5 N/mm^2

$$\sigma_{\text{boven}} = -20 + 5 = -15 \; N/\text{mm}^2$$

$$\sigma_{\text{onder}} = 10 + 5 = +15 \; N/\text{mm}^2$$

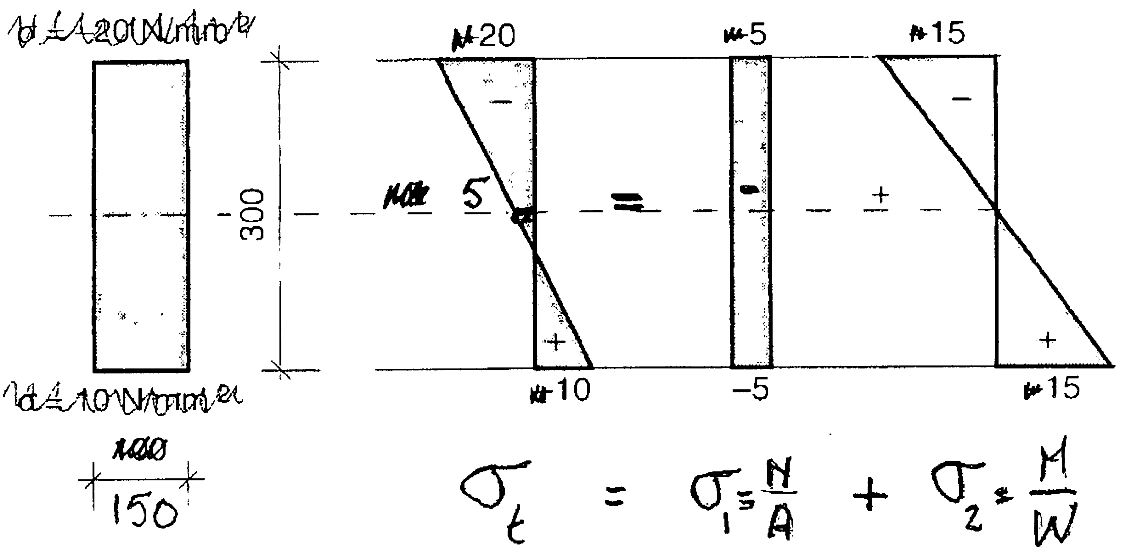
Hieruit volgt het moment:

$$15 = \frac{M}{W} \Rightarrow M = 15 \cdot W$$

$$\Rightarrow M = 15 \cdot \tfrac{1}{6} \cdot 150 \cdot 300^2 = 33{,}75 \cdot 10^6 \text{ N/mm}$$

De drukspanning aan de bovenzijde is een positief moment, dus $M = +33{,}75$ kNm.

Totale spanningsfiguur wordt:



$$\sigma_t = \sigma_1 = \frac{N}{A} + \sigma_2 = \frac{M}{W} \quad [N/mm^2]$$