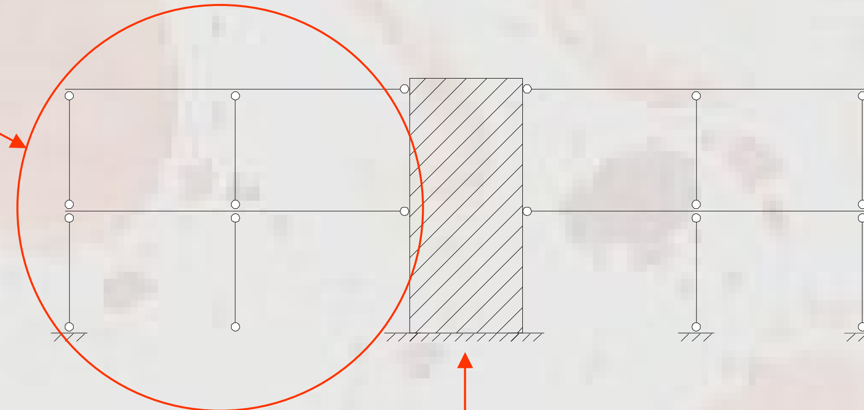
KOLOM-
BEREKENING

We onderscheiden 3 soorten constructies:



1. Geschoorde constructies

   (pendelstaven)

   Com B

2. Schorende constructies

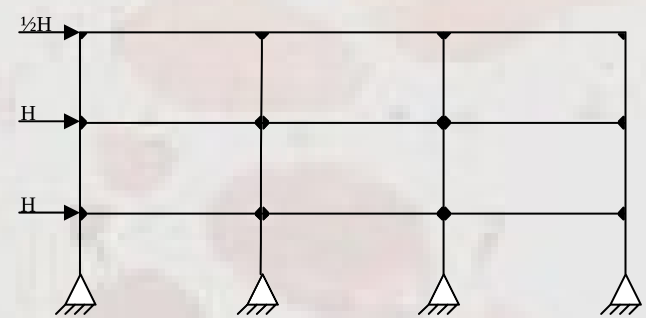
   (schijven, kernen)

   Beton 2

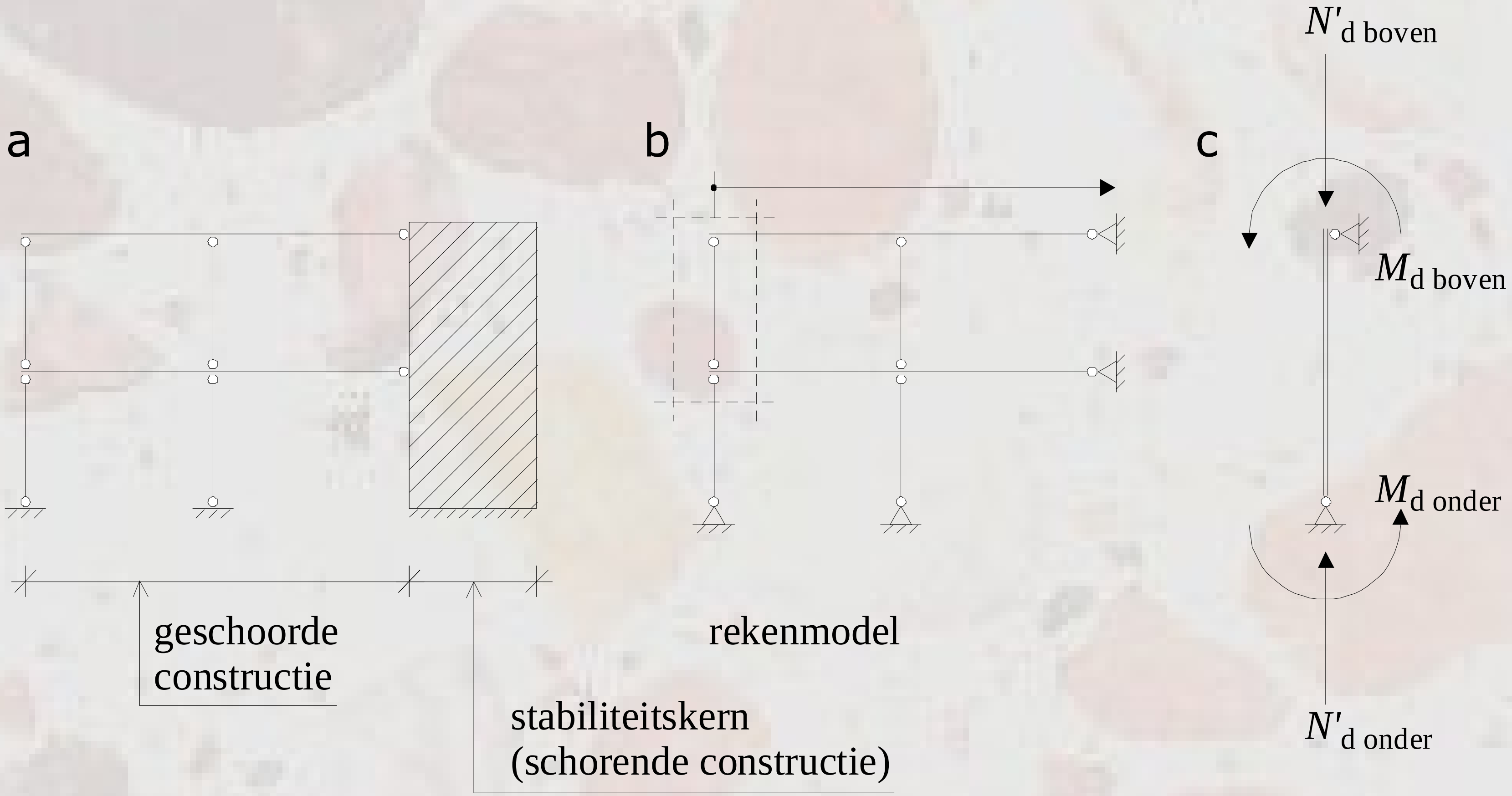
3. Ongeschoorde constructies

   (raamwerken → momentvaste verbindingen)

   Beton 2



Geschoorde constructies

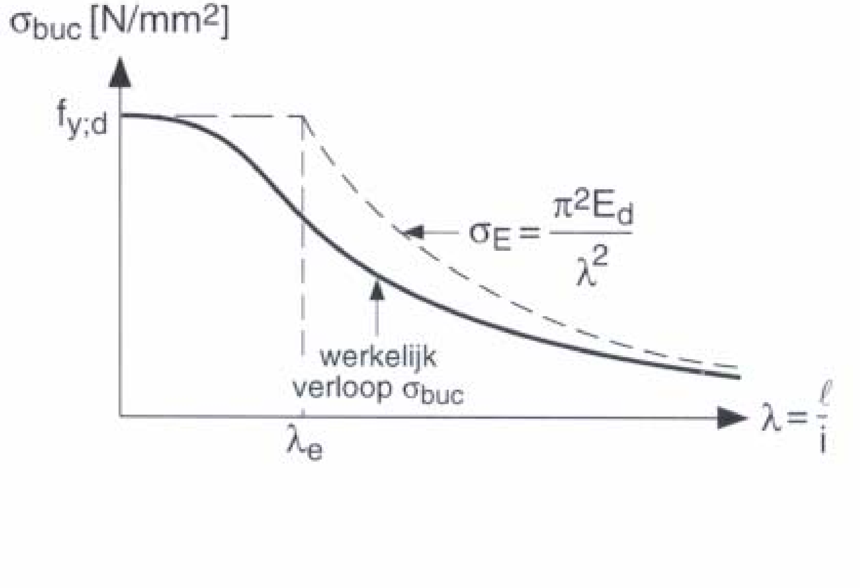


Géén horizontale verplaatsing van begin- en eindknopen ("kop" en "voet") t.o.v. elkaar

MATERIAAL STAAL

Eulerse knikkracht: $F_E = \frac{\pi^2 EI}{(\ell_k)^2}$

$$\lambda_{rel} = \sqrt{\frac{N_{pl}}{F_E}}$$



Werkelijk verloop van het knikspanningsdiagram

Voorwaarde:

$$\frac{N_{c;s;d}}{\omega_{buc} \cdot N_{pl}} \leq 1{,}0 \quad (\text{unity check})$$

KOLOMBEREKENING BETON IS EEN DOORSNEDEBEREKENING

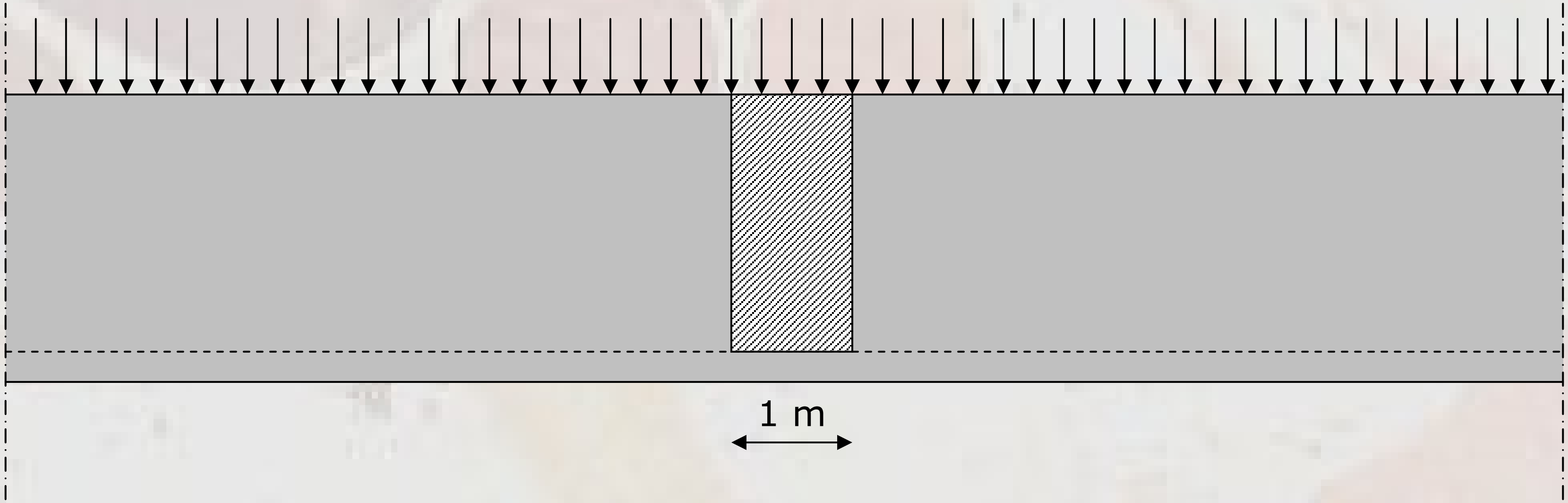
(dus eigenlijk een controleberekening van de doorsnede).

Schatten van een kolomdoorsnede

$$A_{kolom} = (1{,}0 \text{ à } 1{,}5) \cdot \frac{N'_d}{f'_b}$$

- nagenoeg centrisch belast: → 1,0
- grote exentriciteit (momenten): → 1,5

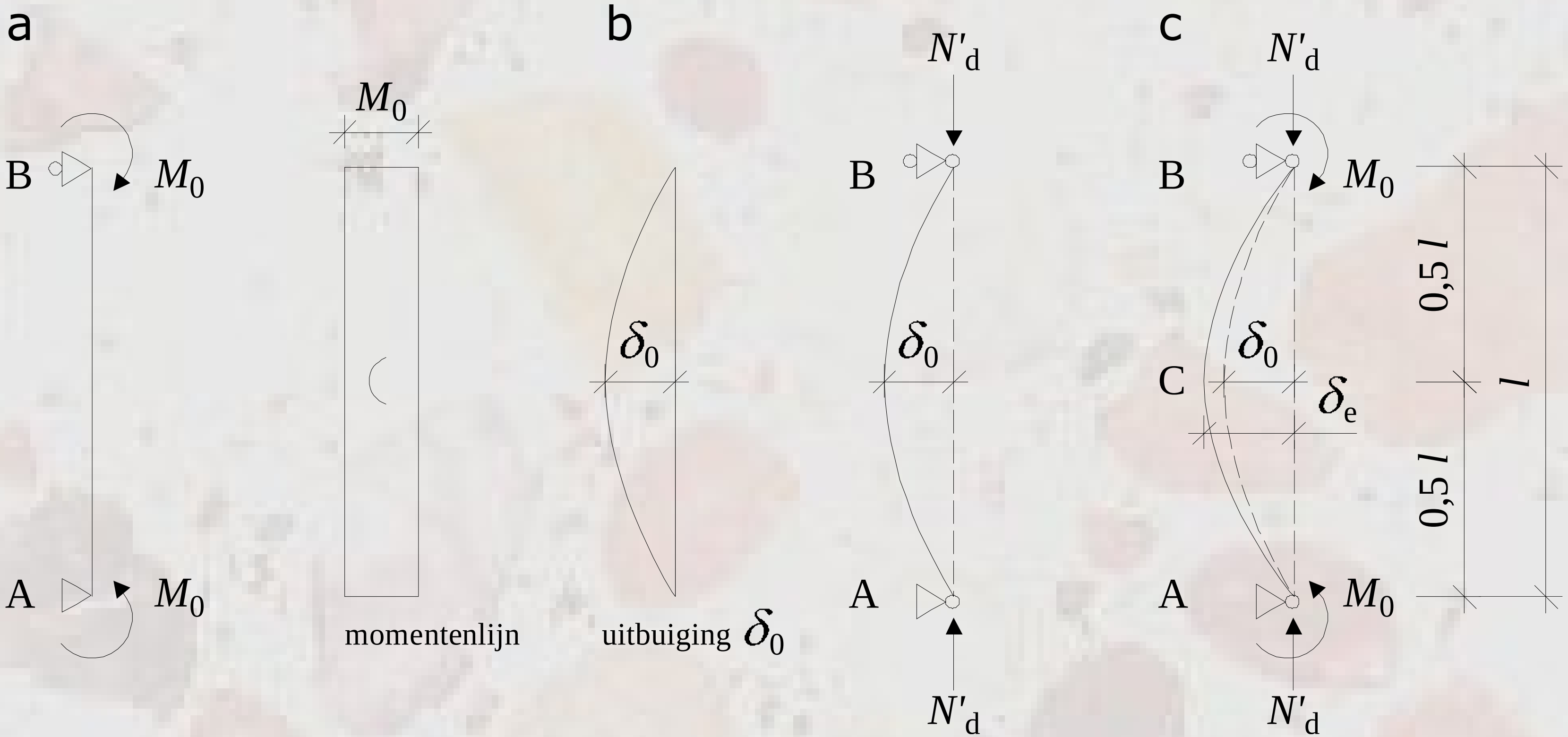
Schatten van een wanddoorsnede



Aanzicht betonwand (bijv. kelderwand)

Beschouwen als een kolom met een breedte van 1 meter

2^e orde t.g.v. verplaatste tussenknoop: (geschoorde constructie)



M_0 is “eerste-orde” moment in de kolom

t.g.v. M_0 onstaat in het midden een uitbuiging δ_0

t.g.v. δ_0 en N'_d onstaat een extra moment: $M_1 = N'_d \cdot \delta_0$

t.g.v. dit moment M_1 onstaat weer een extra uitbuiging δ_1

hierdoor ontstaat weer een extra moment: $M_2 = N'_d \cdot \delta_1$

Etcetera, etcetera, etc.

Uiteindelijk ontstaat er evenwicht

(zoniet → instabiele constructie)

$$M_{eind} = M_0 + \underbrace{M_{(1+2+3+.........n)}}_{\text{"tweede-orde" moment}}$$

Uit de Mechanica is bekend:

- vergrotingsfactor: $n / n-1$
- n is getal van Euler: N'_{cr} / N'_d

N'_{cr} = kritische belasting = F_E (Eulerse knikbelasting)

$$M_{eind} = M_0 + (n/n-1) * \delta_0 \cdot N'_d$$

KRACHTSVERDELING ZONDER 2^e - ORDE

Tweede-orde momenten mogen worden verwaarloosd indien het effect ervan $\leqslant$ 10%

→ $n/n\text{-}1 \leqslant 1{,}1$ ofwel $n \geqslant 11$

Hoe kunnen we dit vooraf bepalen?

Binnen deze cursus wordt het 2e-orde effect verder niet behandeld, dus we moeten zorgen dat we steeds gebruik kunnen maken van de vereenvoudigde methode waarbij $n \geqslant 11$.

De uiterst opneembare normaaldrukkracht N'_u is:

$$N'_u = \underbrace{A_b \cdot f'_b}_{\text{Betonaandeel}} + \underbrace{A_s \cdot f_s}_{\text{Staalaandeel (wordt verwaarloosd)}}$$

Stel de verhouding tussen de optredende normaaldrukkracht N'_d en N'_u op α_n:

$$\rightarrow \quad \alpha_n = N'_d \,/\, N'_u \qquad (\alpha_n \leq 1)$$

Als het staalaandeel wordt verwaarloosd (veilige benadering):

$$N'd = \alpha_n (A_b \cdot f'_b) \rightarrow \alpha_n \cdot bh \cdot f'_b$$

(optredende normaaldrukkracht)

$$N'_{cr} = F_E = \frac{\pi^2 EI}{(\ell_k)^2}$$

(uiterst opneembare normaaldrukkracht)

$$N'_{cr} = F_E = \frac{\pi^2 EI}{(\ell_k)^2} \quad \rightarrow \quad EI = ????$$

I → rechthoekige doorsnede: $^1/_{12} \cdot b \cdot h^3$

E → $E_{fictief}$ (ongunstige effecten van scheurvorming en kruip zijn hierin verrekend)

VBC-tabel 15

Minimale waarden

Sterkteklasse	E_f (N/mm²)
B25	3600
B35	4300
B45	5000
B55	5700
B65	6400

Niet gebruiken voor vervormingen!!!

$$N'_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{\ell_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot E_f \cdot \frac{1}{12} bh^3}{\ell_k^2} = \frac{0{,}82 \cdot E_f \cdot bh^3}{\ell_k^2}$$

$$n = \frac{N'_{cr}}{N'_d}$$

$$\rightarrow \quad n = \frac{\dfrac{0{,}82 \cdot E_f \cdot bh^3}{\ell_k^2}}{\alpha_n \cdot bh \cdot f'_b}$$

$$\rightarrow \quad n = \frac{\dfrac{0{,}82 \cdot E_f \cdot bh^3}{\ell_k^2}}{\alpha_n \cdot bh \cdot f'_b}$$

$$n = 11$$

$$\frac{\ell_k^2}{h^2} = \frac{0{,}075 \cdot E_f}{\alpha_n \cdot f'_b}$$

$$\text{stel: } \frac{\ell_k}{h} = \lambda_h \qquad (\lambda_h \text{ is "slankheid"})$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\ell_k^2}{h^2} &= \frac{0{,}075 \cdot E_f}{\alpha_n \cdot f'_b} \\[2em] \lambda_h &= \frac{\ell_k}{h}\end{aligned}\right\} \quad \lambda_h{}^2 = \frac{0{,}075 \cdot E_f}{\alpha_n \cdot f'_b}$$

$$\text{B25} \Rightarrow E_f = 3600\,\text{N/mm}^2: \quad \lambda_h{}^2 = \frac{0{,}075 \cdot 3600}{\alpha_n \cdot 15} = \frac{18}{\alpha_n} \Rightarrow \lambda_h = \frac{4{,}2}{\sqrt{\alpha_n}}$$

$$\text{B45} \quad \Rightarrow \quad \lambda_h = \frac{3{,}7}{\sqrt{\alpha_n}}$$

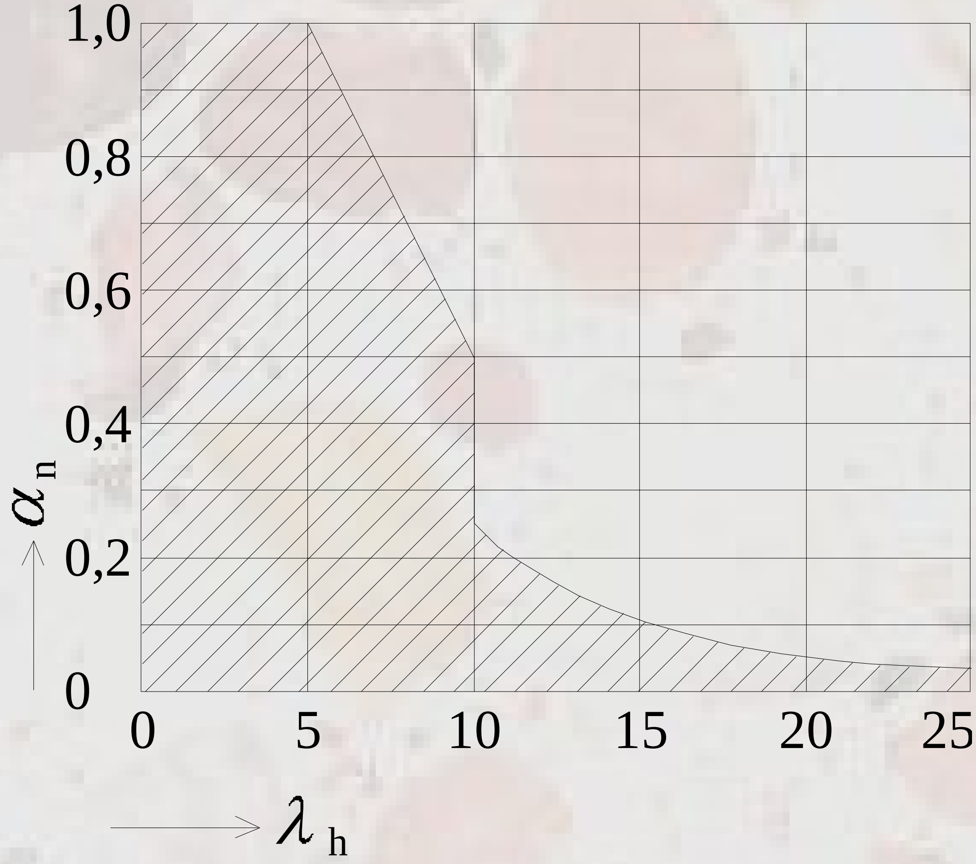
De VBC schrijft voor dat de 2e orde berekening achterwege mag worden gelaten, wanneer wordt voldaan aan de voorwaarden:

1. $\lambda_h \leq 5 / \sqrt{\alpha_n}$ voor $\alpha_n \leq 0{,}25$
2. $\lambda_h \leq 10$ voor $0{,}25 < \alpha_n \leq 0{,}5$
3. $\lambda_h < 15 - 10\alpha_n$ voor $0{,}5 < \alpha_n \leq 1{,}0$

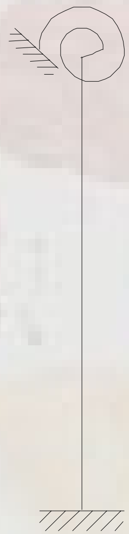
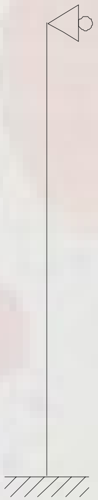
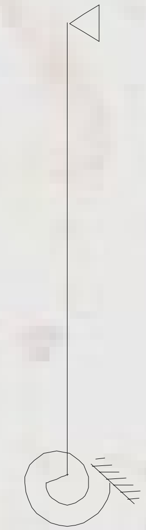
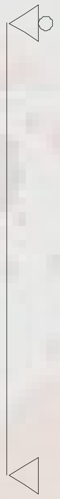
Voorwaarde 1 bij kleine normaalkrachten

Voorwaarde 2 $\sigma'_{bmd} = N'_d / A_b \leq 0{,}5\, f`_b$

Voorwaarde 3 bij zwaarbelaste kolommen



Alle 3 voorwaarden samengevat in één grafiek

l_c	$0{,}5\, l$	$0{,}6\, l$	$0{,}7\, l$	$0{,}8\, l$	$0{,}9\, l$	$1{,}0\, l$
schema						

Kniklengte van geschoorde staven
(aanwezige slankheid)

Toets: de aanwezige slankheid ⩽ berekende slankheid

REKENVOORBEELD #1

Gegeven:

N'_d = 1000 kN

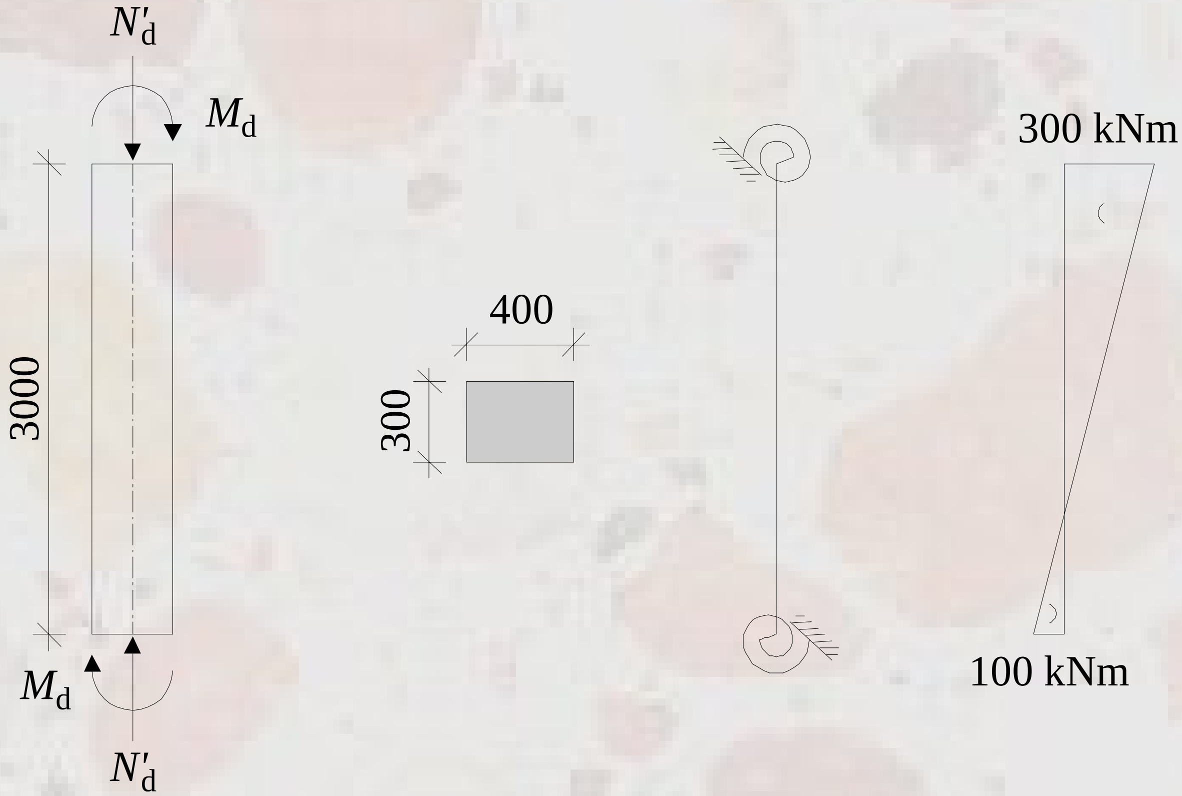
$M_{d;boven}$ = 300 kNm

$M_{d;onder}$ = 100 kNm

Beton B25

Staal FeB 500

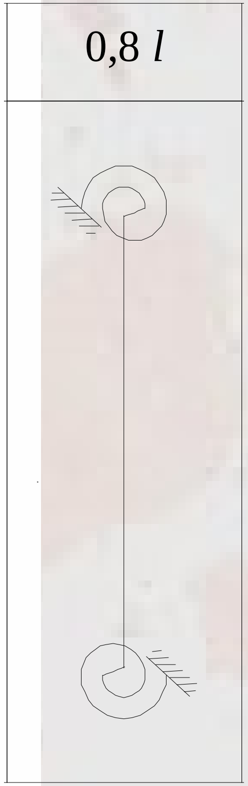
Betondekking c = 30 mm.



$$A_b = (1{,}0 \text{ à } 1{,}5)\ \frac{N'_d}{f'_b}\,.$$

We hebben hier te maken met relatief grote kopmomenten, zodat we kiezen voor:

$$A_b = \frac{1{,}5\ N'_d}{f'_b} = \frac{1{,}5 \cdot 1000 \cdot 10^3}{15} = 10{,}0 \cdot 10^4\ \text{mm}^2.$$



We kiezen een kolom met afmetingen $b \times h = 300 \times 400\ \text{mm}^2$ ($12{,}0 \cdot 10^4\ \text{mm}^2$).

2. Bepaal of een tweede-orde berekening noodzakelijk is.

$$\alpha_n = \frac{N'_d}{A_b \cdot f'_b} = \frac{1000 \cdot 10^3}{300 \cdot 400 \cdot 15} = 0{,}56;\ \alpha_n > 0{,}5.$$

Vervolgens bepalen we de factor λ_h behorende bij $\alpha_n = 0{,}56$:
$\lambda_h = 15 - 10\ \alpha_n = 15 - 10 \cdot 0{,}56 = 9{,}4$.

De aanwezige slankheid is: $\lambda_h = \dfrac{l_c}{h} = \dfrac{0{,}8 \cdot 3000}{400} = 6{,}0 < 9{,}4$.

Dit betekent dat de krachtsverdeling zonder tweede-orde mag worden bepaald.

DIMENSIONEREN VAN DE WAPENING

• Voor het berekenen van wapening in kolommen en/of wanden kan gebruik gemaakt worden van tabellen.

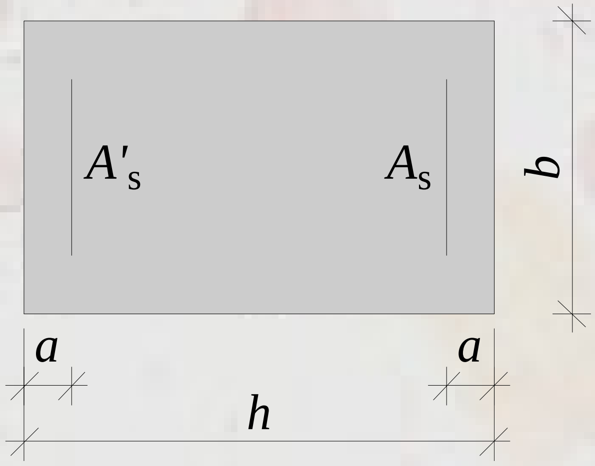
• In de GTB zijn verschillende grafieken opgenomen waarmee op eenvoudige wijze de wapening bepaald kan worden.

• Berekende wapening is altijd de <u>totale</u> wapening van de <u>gehele</u> doorsnede.

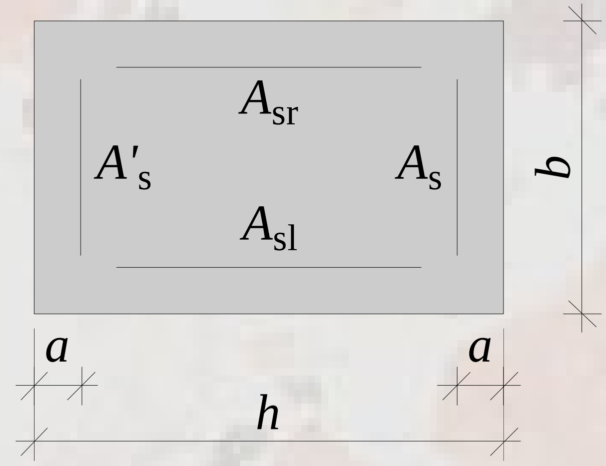
GTB: Grafieken en Tabellen voor Betonconstructies

VERSCHIL TUSSEN 2- EN 4-ZIJDIG WAPENEN

a



b



grote exentriciteit e

relatief kleine N'd

kleine exentriciteit e

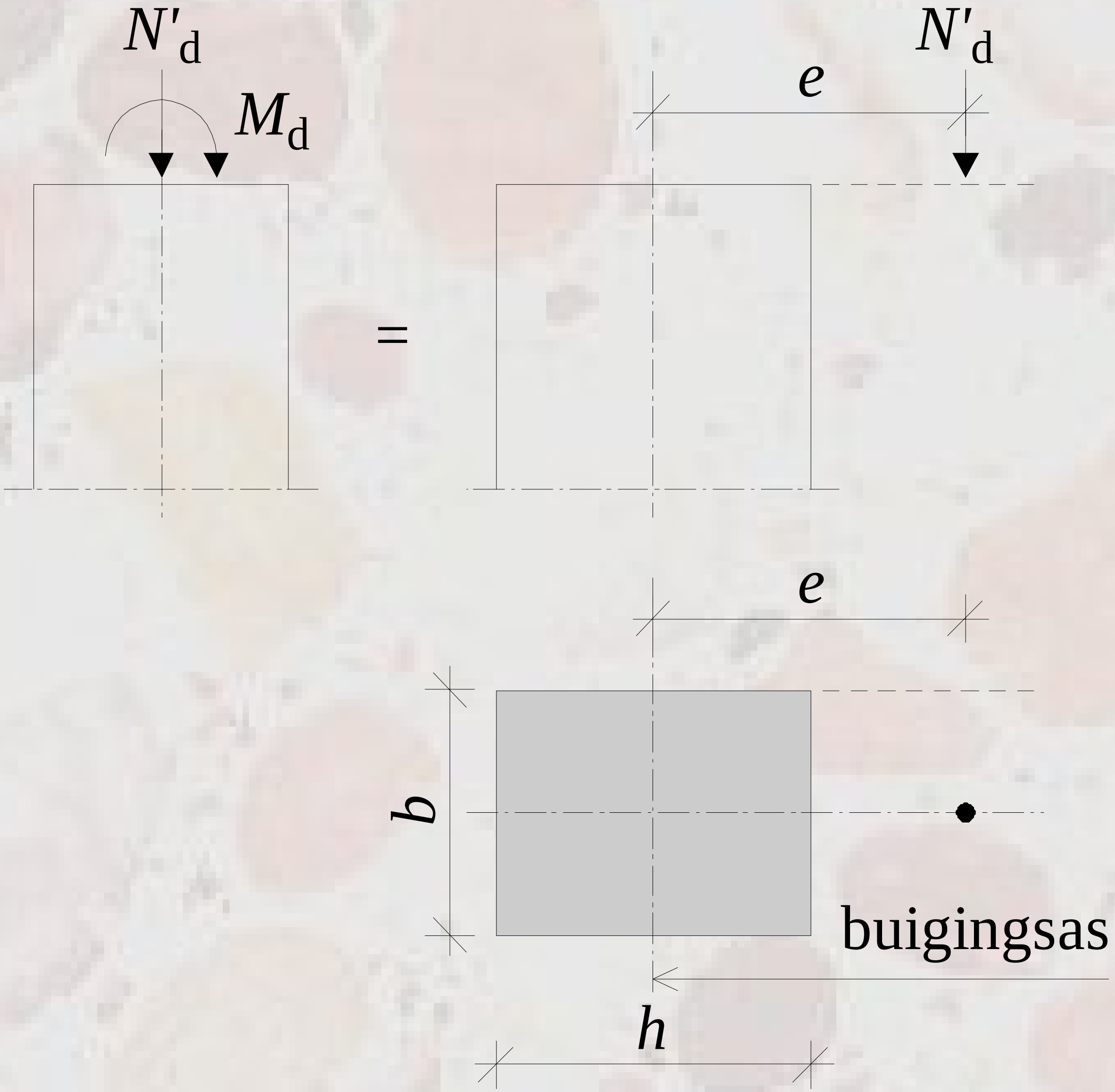
relatief grote N'd

$A'_s = A_s = 0,50\ A_{st}$

$A'_s = A_s = A_{sr} = A_{sl} = 0,25\ A_{st}$

A_{st} = totaal berekende wapening in de kolom

Begrip "exentriciteit" e



t.b.v. ‘e’ wordt normaliter een onderscheid gemaakt:

e_0 → beginexentriciteit eerste-orde

e_t → exentriciteit t.g.v. $1^e + 2^e$ - orde

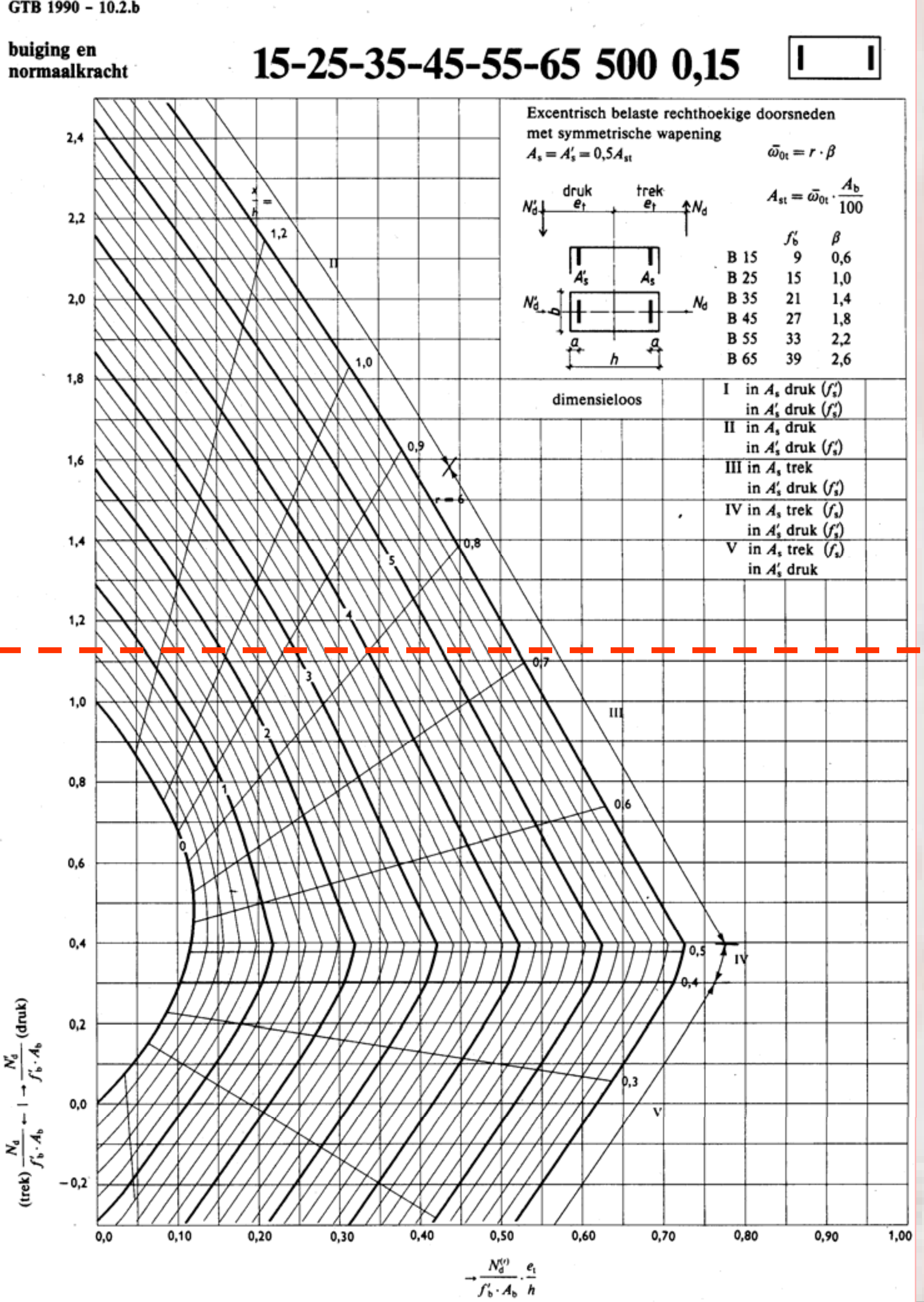
Omdat 2^e – orde hier (Com B) niet van toepassing is, geldt:

$$e_0 = e_t$$

$e_0 \geqslant \ell/300$ en $\geqslant 10$ mm. (scheefstand en tolerantie)

$e_t \geqslant 0{,}01 \cdot h$

(e.e.a. houd verband met de notatie in de GTB-tabellen)



GEBRUIK VAN DE GTB-TABEL

betonkwaliteit staalkwaliteit a/h

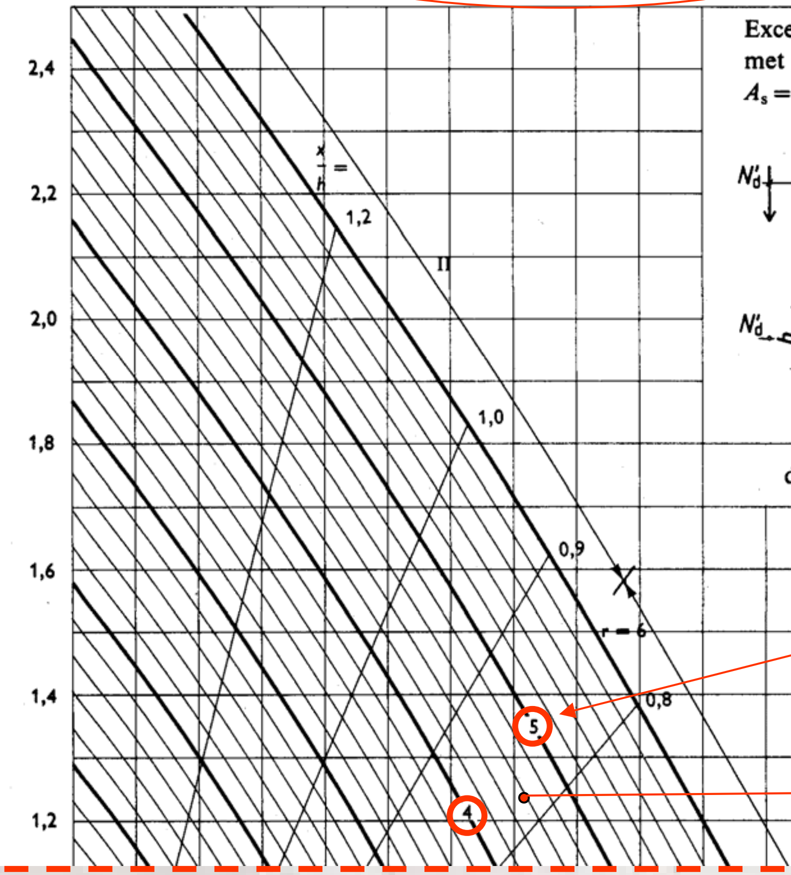
a = hart wapening tot betonoppervlak

GTB 1990 - 10.2.b

buiging en normaalkracht

15-25-35-45-55-65 500 0,15

tweezijdig wapenen



Excentrisch belaste rechthoekige doorsneden met symmetrische wapening

$A_s = A'_s = 0{,}5 A_{st}$

$\bar{\omega}_{0t} = r \cdot \beta$

$A_{st} = \bar{\omega}_{0t} \cdot \frac{A_b}{100}$

druk e_t trek e_t N'_d N_d A'_s A_s b a h

	f'_b	β
B 15	9	0,6
B 25	15	1,0
B 35	21	1,4
B 45	27	1,8
B 55	33	2,2
B 65	39	2,6

dimensieloos

I in A_s druk (f'_s) in A'_s druk (f'_s)
II in A_s druk in A'_s druk (f'_s)
III in A_s trek in A'_s druk (f'_s)
IV in A_s trek (f_s) in A'_s druk (f'_s)
V in A_s trek (f_s) in A'_s druk

Wapeningspercentage betrokken op de gehele doorsnede b*h

(streepje boven ω)

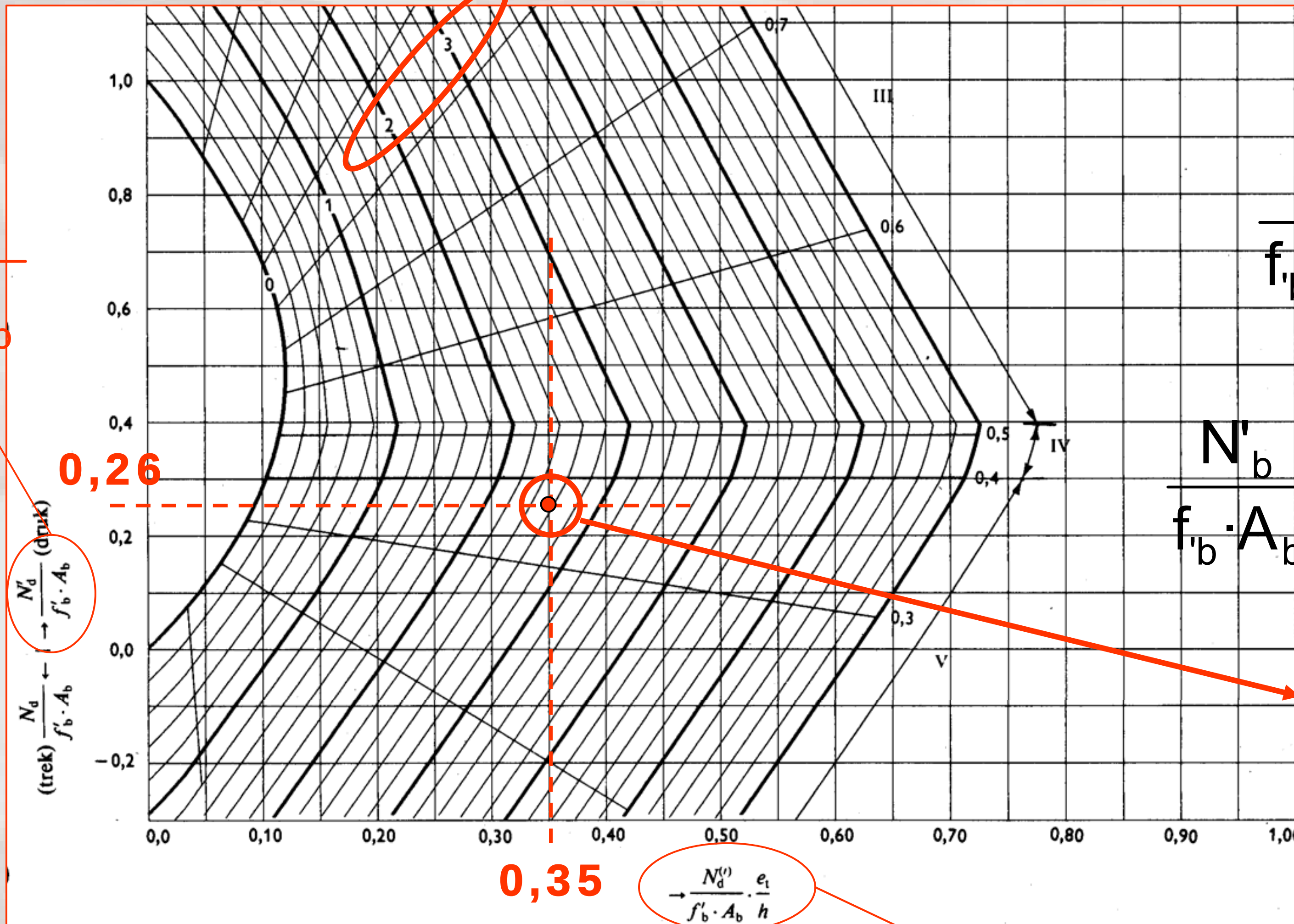
β is afhankelijk van betonkwaliteit

r aflezen in de grafiek

r = 4,6

bovenste deel van de grafiek

$$\frac{N'_b}{f'_b \cdot A_b}$$



Stel:

$$\frac{N'_b}{f'_b \cdot A_b} = 0{,}26$$

$$\frac{N'_b}{f'_b \cdot A_b} \cdot \frac{e_t}{h} = 0{,}35$$

r = 2,6

$$\frac{N'_b}{f'_b \cdot A_b} \cdot \frac{e_t}{h}$$

onderste deel van de grafiek

VERVOLG REKENVOORBEELD #1 (wapening bepalen)

$e_0 = \frac{M_d}{N'_d}$, zodat:

$$e_{0\,\text{boven}} = \frac{300 \cdot 10^6}{1000 \cdot 10^3} = 300 \text{ mm en}$$

$$e_{0\,\text{onder}} = \frac{100 \cdot 10^6}{1000 \cdot 10^3} = 100 \text{ mm.}$$

Voor e_0 moet de grootste excentriciteit over de hoogte van de kolom worden aangehouden, zodat geldt: $e_0 = 300$ mm. Verder geldt:

$e_{0\,\min} \geq \frac{l}{300} = \frac{3000}{300} = 10 \text{ mm} \nless 10 \text{ mm}$, zodat $e_0 = 300$ mm moet worden aangehouden.

Daar er geen tweede-orde krachtsverdeling behoeft te worden toegepast, geldt:
$e_t = e_0 = 300$ mm. Nu moeten we ook de ondergrenswaarde van e_t toetsen.
$e_t \geq 0{,}10\, h = 0{,}10 \cdot 400 = 40$ mm.
Conclusie: $e_t = e_0 = 300$ mm.

Bereken de factoren: a/h $\frac{N'_b}{f'_b \cdot A_b}$ $\frac{N'_b}{f'_b \cdot A_b} \cdot \frac{e_t}{h}$

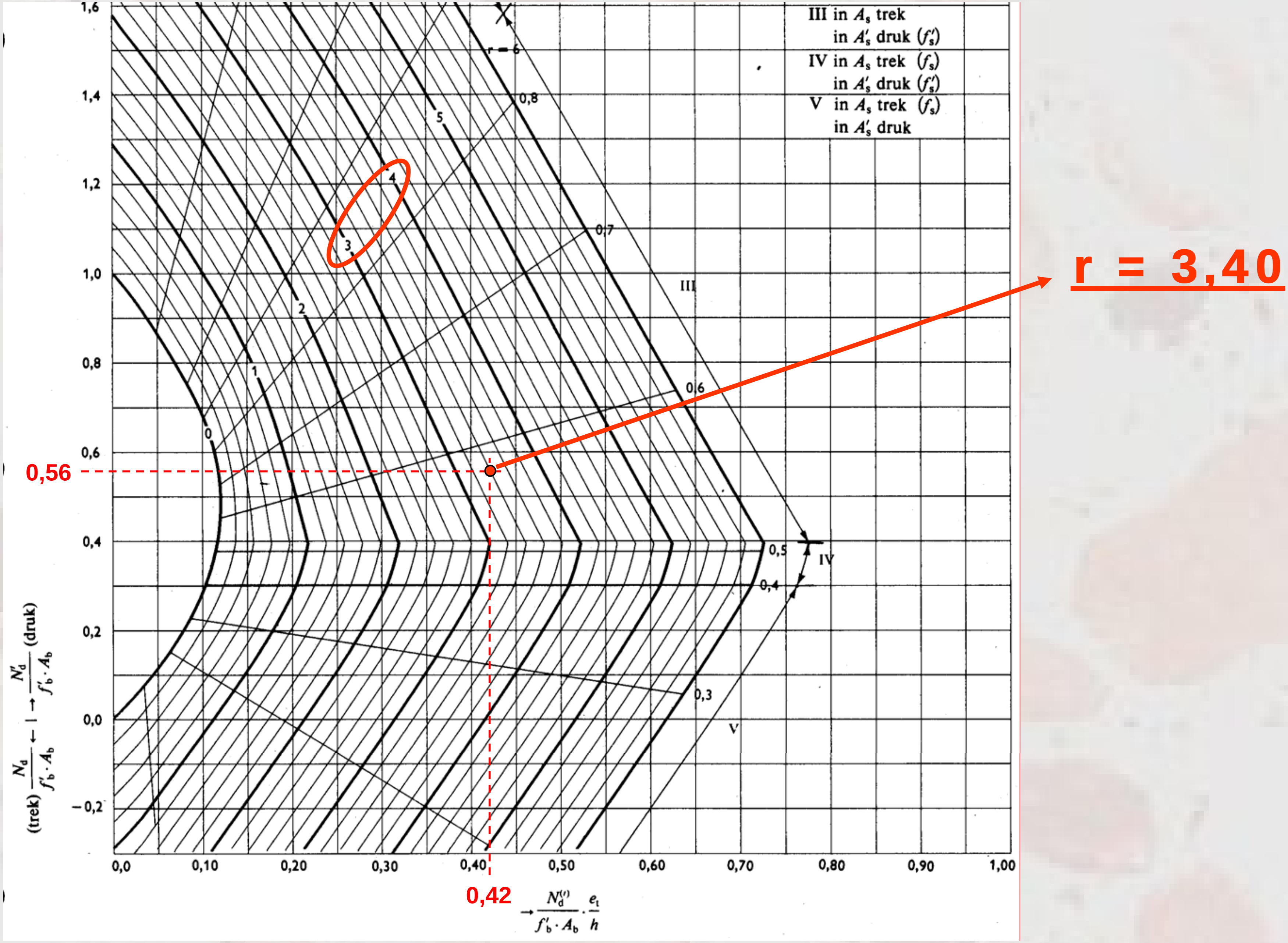
Om deze factoren te kunnen bepalen, moeten we eerst de kenmiddellijnen van de kolomwapening schatten. We kiezen voor hoofdwapening Ø 20 en beugels Ø 10.
$a = c + \varnothing_{\text{beugel}} + \frac{1}{2}\,\varnothing_{\text{hw}} = 30 + 10 + 10 = 50$ mm.

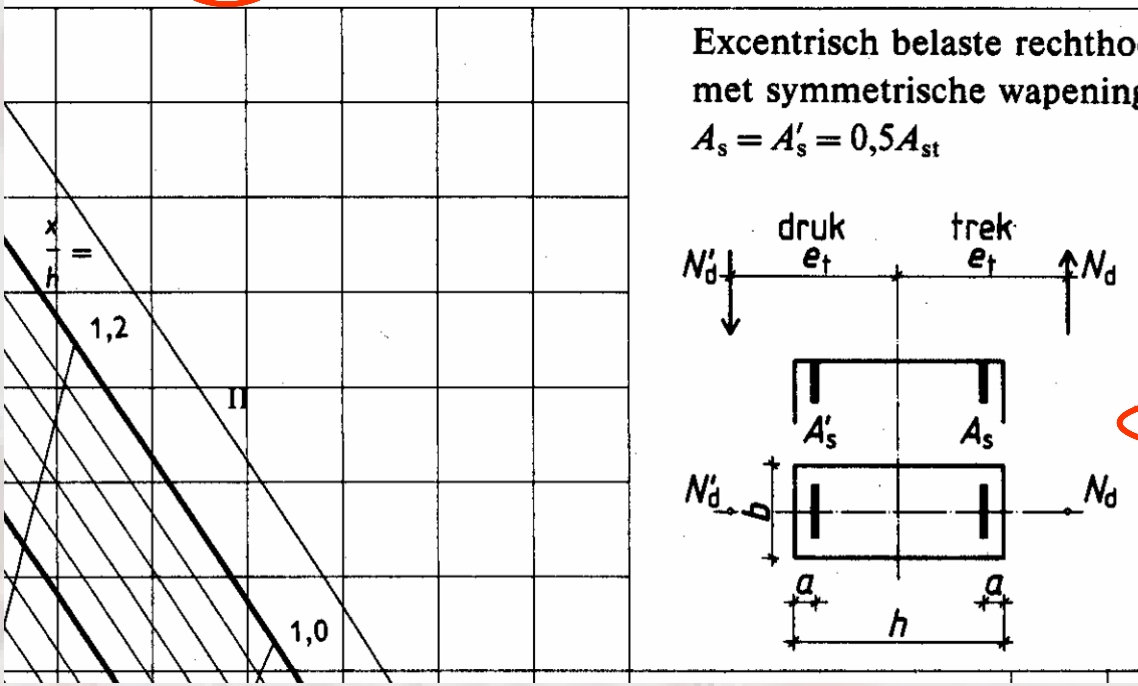
$a/h = 50/400 = 0{,}125$; kies tabel $a/h = 0{,}15$ (eigenlijk moet je interpoleren tussen 0,10 en 0,15. Dit wordt in de praktijk zelden gedaan; de ongunstigste tabel wordt aangehouden).

$$\frac{N'_d}{f'_b A_b} = \frac{1000 \cdot 10^3}{15 \cdot 300 \cdot 400} = 0{,}56;$$

$$\frac{N'_d}{f'_b A_b} \cdot \frac{e_t}{h} = 0{,}56 \cdot \frac{300}{400} = 0{,}42.$$

5. Kies twee- of vierzijdige wapening, zoek de juiste GTB-grafiek en bepaal de wapening. Vanwege de grote excentriciteit wordt gekozen voor tweezijdige wapening, zodat we gebruik kunnen maken van de GTB-grafiek uit figuur 19.10.


III in A_s trek
in A'_s druk (f'_s)
IV in A_s trek (f_s)
in A'_s druk (f'_s)
V in A_s trek (f_s)
in A'_s druk
r = 6
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
III
IV
V
0,56
0,42
(trek) $\frac{N_d}{f'_b \cdot A_b}$ ← | → $\frac{N'_d}{f'_b \cdot A_b}$ (druk)
→ $\frac{N_d^{(\prime)}}{f'_b \cdot A_b} \cdot \frac{e_t}{h}$
r = 3,40



15-25-35-45-55-65 500 0,15

Excentrisch belaste rechthoekige doorsneden met symmetrische wapening

$A_s = A'_s = 0{,}5 A_{st}$ $\qquad \bar{\omega}_{0t} = r \cdot \beta$

$A_{st} = \bar{\omega}_{0t} \cdot \dfrac{A_b}{100}$

	f'_b	β
B 15	9	0,6
B 25	15	1,0
B 35	21	1,4
B 45	27	1,8
B 55	33	2,2
B 65	39	2,6

$\varpi_{0t} = r \cdot \beta \quad \rightarrow \quad 3{,}40 \cdot 1{,}0 = 3{,}40\%$

$A_{st} = \varpi_{0t} \cdot b{\cdot}h \cdot 10^{-2} \rightarrow 3{,}40{\cdot}400{\cdot}300{\cdot}\ 10^{-2} = 4080\ mm^2$

$A'_s = A_s = 0{,}5 * 4080 = 2040\ mm^2$ (per zijde!!!)

•In feite moet ook loodrecht op de buigingsrichting gecontroleerd worden

•De wapening ligt bij tweezijdig wapenen niet in die richting, terwijl de kolom in die richting vaak veel slanker is.

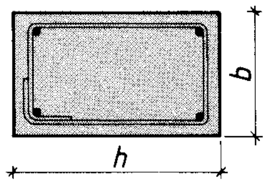
•Omdat loodrecht op de buigingsrichting geen wapening aanwezig is, kan de kolom t.p.v. de aansluitingen (kop en voet) geen momenten opnemen. Dus de kolom uitrekenen als een pendelstaaf → $\ell_{knik} = \ell_{systeem} = 3000$ mm.

•Voor e_t de minimale waarden aanhouden

$e_0 \geqslant \ell/300$ en $\geqslant 10$ mm. (scheefstand en tolerantie)

detaillering • kolommen

Afmetingen
(VBC - 9.1.6)



Algemeen: $b \geqq 200$ mm; $h \geqq 200$ mm.
Vooraf vervaardigde, horizontaal gestorte kolommen:
$b \geqq 150$ mm; $h \geqq 150$ mm.

Minimale wapening
(zie ook 14.5)

Minimale kenmiddellijn (VBC - 9.9.1)

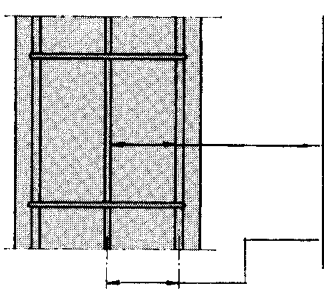
staafbestemming	FeB 500	FeB 500 gepuntlaste wapeningsnetten en bijlegstaven
langsstaven	10	8
beugels	5; bovendien $\geqq \frac{1}{4}$ $\varnothing_k$ dikste langsstaaf	

Maximale wapening
(VBC - 9.11.5.1)

Maximaal wapeningspercentage: 4% van bruto betondoorsnede A_b
idem zonder overlappingslassen: 8% van bruto betondoorsnede A_b

Betonstaalwapening *(VBC - 9.11.5)*

Langswapening



langsstaven in alle hoeken
$\geqq 30$ mm, $\geqq$ grootste $\varnothing_k$ $\geqq \frac{4}{3} D$ $\geqq \frac{2}{3} D$ bij overlappingslassen
$\leqq 300$ mm h.o.h.

Beugels of haarspelden
- aanbrengen over gehele lengte
- afstand h.o.h. $\leqq 20\,\varnothing_k$ dunste hoofdwapeningsstaaf

REKENVOORBEELD #2

Stel: ontwerp een kolom die een centrische belasting moet kunnen opnemen van 3000 kN.

Uitgangspunten:

- B25
- FeB500
- a = 75 mm. (hart wapening tot betonoppervlak)

UITWERKING:

Heeft het 2^e-orde effect invloed op deze kolom?

Oplossing: indien $\lambda_{h;aanwezig} \leqslant \lambda_{h;2e\text{-}orde\ grens}$ is de invloed van het 2e-orde effect verwaarloosbaar

→ effect is $\leqslant$ 10% ofwel $n \geqslant 11$

Bepaal A_{kolom} en α_n

$$A_{kolom} = (1{,}0 \text{ à } 1{,}5) \cdot \frac{N'_d}{f'_b}$$

Kies vanwege kleine ‘e’ een factor 1,25

f'_b voor B25 is 15 N/mm²

$$A_{kolom} = 1{,}25 \cdot \frac{3000 \cdot 10^3}{15} = 250.000\,mm^2$$

Een andere factor kan ook. Kies je voor een nog lagere factor en blijkt later dat er erg veel wapening in moet, kun je alsnog de dimensie aanpassen en opnieuw de berekening uitvoeren.

Omdat de kolom in beide richtingen gelijk belast wordt (centrische belasting) kiezen we voor een vierkante kolom.

A_{kolom} = 250.000 mm²

→ b * h = 500 * 500 mm²

Bepaal de verhouding α_n tussen aanwezige normaal-drukkracht N'_d en de uiterst opneembare normaal-drukkracht N'_u

$$\alpha_n = \frac{N'_d}{N'_u}$$

$$\alpha_n = \frac{N'_d}{N'_u} = \frac{N'_d}{A_b \cdot f'_b} = \frac{3000 \cdot 10^3}{500 * 500 * 15} = 0,8$$

Controleer α_n met de voorwaarden:

1. $\lambda_h \leq 5 / \sqrt{\alpha_n}$ voor $\alpha_n \leq 0,25$
2. $\lambda_h \leq 10$ voor $0,25 < \alpha_n \leq 0,5$
3. $\lambda_h < 15 - 10\alpha_n$ voor $0,5 < \alpha_n \leq 1,0$

→ voorwaarde 3 → $\lambda_h < 15 - 10 \cdot 0,8 = 7,0$

Dus, als de werkelijke slankheid van de kolom ⩽ 7,0 wordt voldaan aan de voorwaarde dat het effect van de 2^e-orde minder dan 10% is en mag worden verwaarloosd.

Wat te doen als niet wordt voldaan:

- het 2^e-orde effect meenemen in de berekening. Dit kan dan middels een toeslagexentriciteit e_c toe te voegen aan de 1^e-orde exentriciteit e_0:

$$\text{totale exentriciteit } e_t = e_0 + e_c$$

Dit behoort echter niet tot de stof van Com B

In Com B wordt het zodanig opgelost, dat we steeds voldoen aan 10% criterium:

- aanpassen van de materiaalgegevens zodat λ_h weer voldoet:
    - ✓ Betonsterkteklasse aanpassen
    - ✓ Afmeting kolom aanpassen

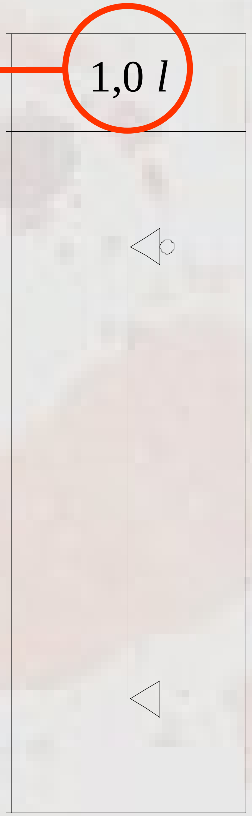
VERVOLG VOORBEELDBEREKENING #2:

Aanwezige slankheid:

$$\lambda_h = \frac{\ell_k}{h} = \frac{1{,}0 \cdot 3600}{500} = 7{,}2 > 7{,}0$$

voldoet niet

kniklengte



Oplossing: betonkwaliteit verhogen van B25 naar B35

B35 → $f'_b = 21 \text{ N/mm}^2$

$$\alpha_n = \frac{N'_d}{N'_u} = \frac{N'_d}{A_b \cdot f'_b} = \frac{3000 \cdot 10^3}{500 * 500 * 21} = 0{,}57$$

Controleer α_n met de voorwaarden:

→ voorwaarde 3 → $\lambda_h < 15 - 10 \cdot 0{,}57 = 9{,}3$

De aanwezige slankheid blijft onveranderd: $\lambda_h = 7{,}2$

$7{,}2 < 9{,}3$ → voldoet

Wapening berekenen:

N’d = 3000 kN

Md = 0 (pendelstaaf, geen moment aanwezig)

$$e_0 = \frac{M_d}{N'_d} \quad \text{met } M_d = 0 \quad \rightarrow \quad e_0 = 0$$

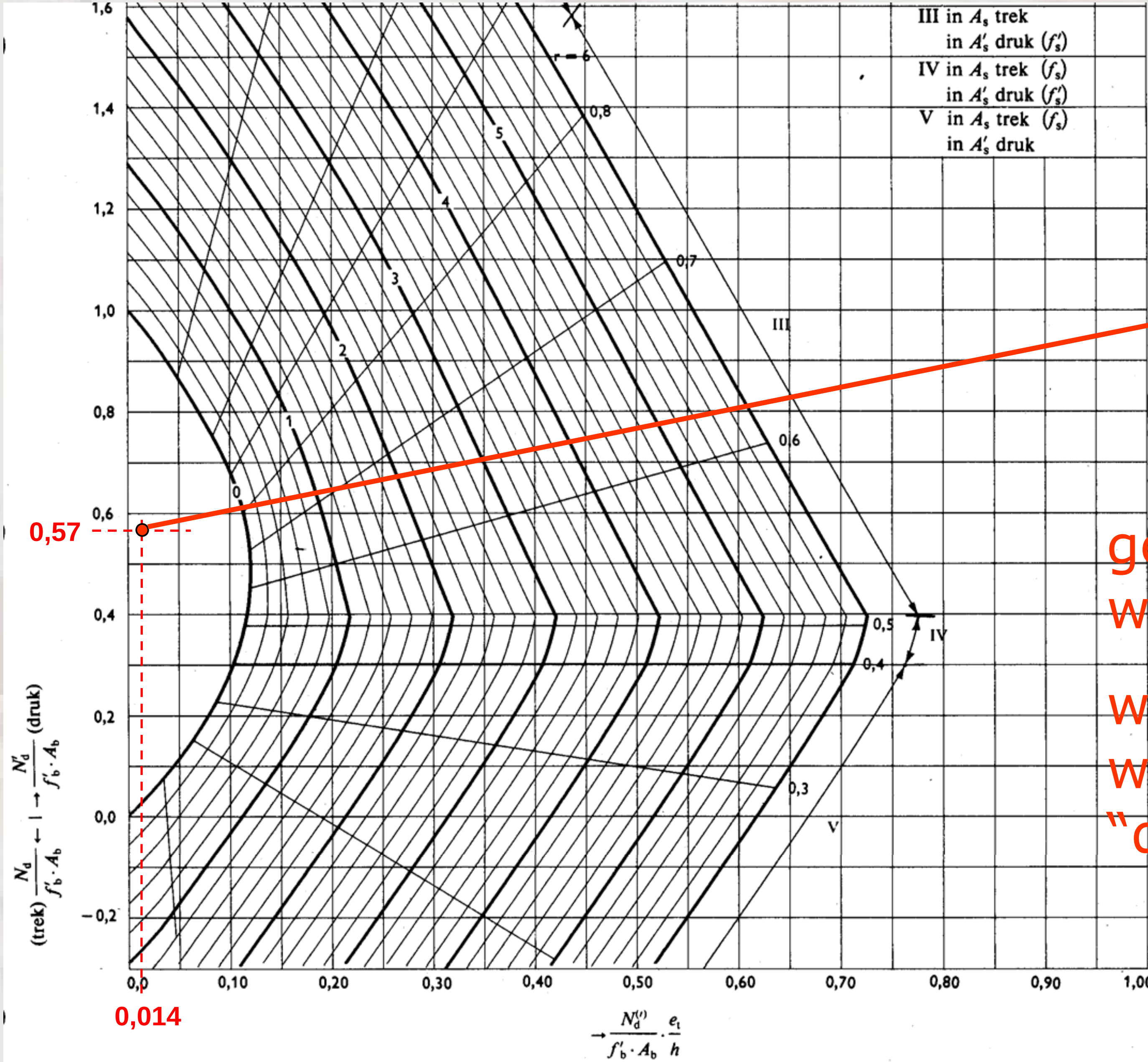
Minimale waarden voor e_0 toepassen:

$$\left.\begin{array}{l} e_0 \geqslant \ell / 300 \rightarrow \quad 3600 / 300 = 12 \text{ mm.} \\ e_0 \geqslant 10 \text{ mm.} \end{array}\right\} \text{12 mm. is maatgevend}$$

$$\frac{a}{h} \rightarrow \text{(a is gegeven)} \rightarrow \frac{75}{500} = 0{,}15$$

$$\text{vert. as:} \quad \frac{N'_b}{f'_b \cdot A_b} \rightarrow \frac{3000 \cdot 10^3}{21 \cdot 500^2} = 0{,}57$$

$$\text{hor. as:} \quad \frac{N'_b}{f'_b \cdot A_b} \cdot \frac{e_t}{h} \rightarrow 0{,}57 \times \frac{12}{500} = 0{,}0136$$



r = 0

geen berekende wapening nodig

wel minimale wapening → zie "detaillering"