



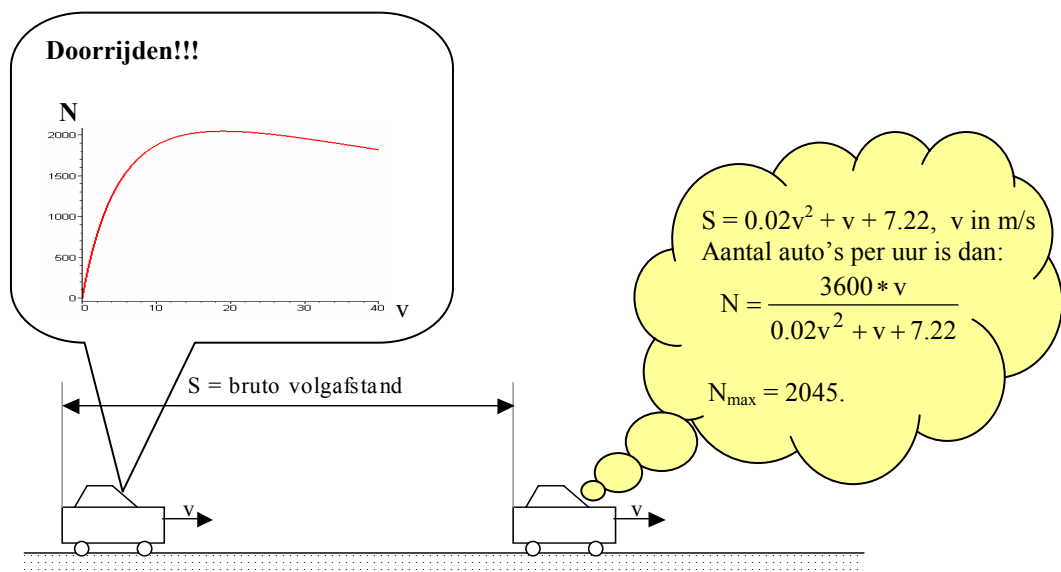
# HOGESCHOOL ROTTERDAM

Cluster: RIBACS

## MODULEWIJZER

voor training:

**Toegepaste Wiskunde**  
voor Bouwkunde, Civiele Techniek & ROP



---

Modulecode:	ribWIS01t
Opgesteld door:	William Kuppen & Helmut van Schaik
Aanmaakdatum:	Augustus 2005
Studielast:	1 ects

---

Opleiding:	Bouwkunde, Civiele Techniek & ROP
Fase:	Propedeuseprogramma 1 <sup>e</sup> jaar

---

## INHOUDSOPGAVE.

<b>1</b>	<b>INLEIDING.....</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>BEKNOPTE WEERGAVE VAN DE INHOUD. ....</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>ALGEMENE DOELSTELLINGEN. ....</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>BEGINVEREISTEN.....</b>	<b>4</b>
<b>5</b>	<b>WERKSCHEMA. ....</b>	<b>4</b>
<b>6</b>	<b>VERDERE AANWIJZINGEN VOOR DE STUDENT. ....</b>	<b>5</b>
<b>7</b>	<b>LITERATUUR EN LEERMIDDELEN BIJ RIBWIS01T. ....</b>	<b>5</b>
<b>8</b>	<b>TOETSING.....</b>	<b>6</b>
8.1	OUDE TENTAMENS TOEGEPASTE WISKUNDE. ....	6
8.2	ANTWOORDEN. ....	11
8.3	UITWERKINGEN VAN DE TENTAMENOPGAVEN VAN DONDERDAG 1 NOVEMBER 2001.....	12
	<b>FORMULEBLAD TOEGEPASTE WISKUNDE RIBWIS01T.....</b>	<b>14</b>



# 1 Inleiding.

In deze paragraaf geven wij eerst een korte beschouwing van de rol, die de **wiskunde** in het algemeen kan spelen. Vervolgens gaan wij in op de plaats van deze module binnen het cluster **Ribacs**.

In het algemeen kunnen wij met betrekking tot de **wiskunde** het volgende stellen:

- (a) Wiskundige technieken worden toegepast bij talloze problemen uit het dagelijkse leven.
- (b) **Wiskunde** speelt vooral een belangrijke rol in de technische en de economische wetenschappen. In deze laatste tak van de wetenschap hebben wiskundige begrippen en methoden hun toepassing gevonden in bijvoorbeeld de financiële rekenkunde, productplanning, marktonderzoek, voorraadbeheersing en de wachttijdtheorie. Bij de technische wetenschappen wordt de **wiskunde** vooral toegepast om bepaalde technische problemen op te lossen, zoals: beveiliging van een computersysteem (cryptografie), stroming rond een voorwerp bepalen om zo zuinige en veilige vliegtuigen, auto's en schepen te ontwerpen, de stroomsnelheden en waterhoogtes in een rivier, golfkrachten op een constructie, de doorbuiging van een balk, de zetting van grond, de warmte geleiding van een constructie-element en de geluidsisolatie van een geluidswal langs een autosnelweg.
- (c) **Wiskunde** kan de analytische vaardigheden en het probleemoplossend vermogen van studenten op een hoger niveau brengen.

Beschouwen wij nu de plaats van de **wiskunde** binnen het cluster **Ribacs**.

Studenten in het cluster **Ribacs** ondervinden bij hun studie vaak moeilijkheden ten gevolge van een te geringe handigheid in het omgaan met wiskundig gereedschap bij het oplossen van bouw- en civieltechnische problemen. Vaak maken ze bij het oplossen van vraagstukken de oplossingsroute niet af omdat ze in het reken- en formulewerk vastlopen, of omdat ze een wiskundig begrip of een kernbetrekking niet paraat hebben. Dat is jammer, want vaak gaat het niet om dat ambachtelijk rekenwerk maar om belangrijker zaken.

Het gemis aan deze wiskundige handigheid is studenten niet te verwijten. De algebraïsche en in het bijzonder de analytische vaardigheden, die noodzakelijk zijn voor een studie binnen het HBO, behoren immers niet tot de doelstellingen van de vooropleiding. Het doel van deze module **wiskunde** voor het cluster **Ribacs** is dan ook:

- (a) Studenten te leren om wiskundig gereedschap te hanteren bij het oplossen van in hoofdzaak beroepsgebonden problemen, zoals die voorkomen in bijvoorbeeld de: toegepaste mechanica en constructieleer, vloeistofmechanica en waterbouwkunde, bouwfysica en bouwconstructies en risicoanalyse.
- (b) Een eerste aanzet te geven om studenten op een HBO werk- en denkniveau te brengen.

Om deze doelstellingen te verwezenlijken is bij deze module gekozen voor een opzet, waarbij de student leert om zelfstandig in hoofdzaak bouwkundige en civieltechnische problemen op te lossen. Bij een dergelijke opzet zijn vooral de volgende punten van belang:

- (a) Het leren aanpakken van problemen.
- (b) Het zelf opdoen van de benodigde kennis.
- (c) Het ondernemen van de benodigde leeractiviteiten.

Om studenten op een zelfstandige manier aan het werk te zetten worden er slechts hoorinstructie colleges gegeven. In deze colleges worden bepaalde theorieën behandeld en oplosmethodes voor diverse soorten problemen besproken. Tevens worden er door de docent huiswerkopdrachten verstrekt, die thuis (of tijdens instructie-uren) gemaakt kunnen worden. Deze huiswerkopdrachten kunnen meetellen bij de definitieve beoordeling. De theoretische kennis, die nodig is om deze opdrachten te maken, moet in veel gevallen zelf in de literatuur worden opgezocht.

## 2 Beknopte weergave van de inhoud.

De volgende onderwerpen komen aan de orde:

- (a) Ambachtelijk rekenen, het begrip significante cijfers;
- (b) Kwadratische en gebroken vergelijkingen;
- (c) Goniometrie, sinus- en cosinusregel;
- (d) Stereometrie, bepaling van oppervlaktes en inhouden van cilinders, kegels en piramides;
- (e) Exponentiële- en logaritmische functies;



- (f) Differentiëren, bepalen van maximale en minimale waarden;
- (g) Het werken met grafische rekenmachine.

### 3 Algemene doelstellingen.

Na bestudering van deze module is de student in staat:

- (a) Bewerkingen met breuken, oneigenlijke machten, logaritmen en goniometrische grootheden uitvoeren.
- (b) Eenvoudige functies te differentiëren en hun extremen te bepalen.
- (c) Ruimtelijke figuren te analyseren om vervolgens afstanden, oppervlakten en inhoud te bepalen.

### 4 Beginvereisten.

De student kan deze module alleen volgen indien hij/zij beschikt over een voltooide opleiding havo/vwo of mts.

### 5 Werkschema.

Onderwerpen en vraagstukken staan bijna allemaal in het boek: **Wiskunde voor het hoger onderwijs 0, vierde druk van T.M. van Pelt, R.B.J. Pijlgroms en J.L. Walter; ISBN 90-01-03338-5.**

Bijeenkomst	Paragraaf / Onderwerp	Blz.	Opdrachten / Vraagstukken	Blz.
<b>1</b>	1.1.1 Merkwaardige producten	6→25	1.1, 1.2	10
	1.1.2 Ontbinden in factoren		1.5→1.8	16
	1.1.3 abc-formule		1.13→1.21	24, 25
	1.2.1 Rekenregels breuken	39→44	1.31, 1.32	41
	1.2.2 Rekenkundige bewerkingen met breuken		1.33→1.38	43, 44
<b>2</b>	1.2.4 Gebroken vergelijkingen	48→52	1.41→1.45	51
	Significante cijfers	“Bijlage”		
	1.3.1 Rekenregels voor machten, gehele exponent	59→73	1.47→1.50	62
	1.3.2 Machten met negatieve en gebroken exponent		1.51→1.54, 1.57	65→67
	1.3.3 De wortel uit een getal		1.61→1.64	71, 72
			1→7	73
<b>3</b>	1.4.1 Definitie van logaritme	78→87	1.65→1.70	80
	1.4.2 Eigenschappen van logaritmen		1.71, 1.72	85
	1.4.3 Oplossen van logaritmische vergelijkingen		1.73→1.75	86
			1→6	87
<b>4</b>	1.5.1 Basisbegrippen uit de goniometrie	90→115	1.79→1.84	96, 97
	1.5.2 Het begrip rad en de grafieken sin, cos en tan		1.88→1.90	108
	1.5.3 Verdubbelingsformules, sin- en cosinusregel		1.93→1.95	113
			1.96, 1.98, 1.99	115
			1→3	116
	Stereometrie	“Bijlage”		



Bijeenkomst	Paragraaf / Onderwerp	Blz.	Opdrachten / Vraagstukken	Blz.
<b>5</b>	2.6.1 Exponentiële groei	243→259	2.103	246
	2.6.2 Functievoorschrift van een exponentiële functie		2.104→2.106	250
	2.6.3 Transformaties		2.108, 2.109	253
	2.6.4 Snijpunten van twee exponentiële functies		2.111→2.115	255
	2.6.5 Exponentiële ongelijkheid		2.117	257
			1→9	258, 259
<b>6</b>	2.7.1 De standaard logaritmische functie	262→264	2.120	264
	2.7.3 Transformaties	267→274	2.124→2.126	270
	2.7.4 Logaritmische ongelijkheden		2.127!	273
			1→6	274
<b>7</b>	3.2.2 Differentie- en differentiaalquotiënt	304→316	3.11→3.16	309, 310
	3.2.3 Rekenregels voor het differentiëren		3.17→3.19	314
			3, zie ook blz.6	315
			4, 5	315, 316
<b>8</b>	Nog niet behandelde vraagstukken.		Van oude tentamens	
<b>9</b>	<b>TOETS</b>			

→ = tot en met

## 6 Verdere aanwijzingen voor de student.

Het onderstaande is een bekend gegeven uit de didactiek:

*Een mens onthoudt:  
10% van wat hij hoort  
20% van wat hij ziet  
80% van wat hij doet.*

**Het beroep van bouwkundige, civiel-technicus, stedenbouwkundige en planoloog leer je niet door er alleen maar naar te kijken maar door het te doen!** Dit geldt natuurlijk ook voor een ondersteunend vak als toegepaste wiskunde.

## 7 Literatuur en leermiddelen bij ribWIS01t.

De leerstof wordt hoofdzakelijk behandeld uit het volgende boek:

Pelt, T.M. van ,R.B.J. Pijlgroms en J.L. Walter; Wiskunde voor het hoger onderwijs 0, vierde druk; Wolters-Noordhoff 2005; ISBN 90-01-03338-5.

Bij dit boek hoort ook een "uitwerkingen en antwoorden" deel.

Pelt, T.M. van ,R.B.J. Pijlgroms en J.L. Walter; Wiskunde voor het hoger onderwijs 0 Uitwerkingen, vierde druk; Wolters-Noordhoff 2005; ISBN 90-01-03339-3.

Voor het onderwerp stereometrie kunnen wiskundeboeken uit de vooropleiding worden gebruikt, het polytechnisch zakboekje, en boeken uit de mediatheek.



## 8 Toetsing.

De toetsing of de student in voldoende mate de kennis van deze module heeft opgenomen, geschiedt doormiddel van een schriftelijk tentamen met een tijdsduur van 85 minuten en een aantal huiswerkopdrachten.

Het schriftelijke tentamen gaat over de onderwerpen uit het werkschema en de huiswerkopdrachten. De huiswerkopdrachten kunnen voor 30% het eindcijfer bepalen, de overige 70% worden dan door het schriftelijke tentamen bepaald. Als het tentamencijfer hoger is dan het cijfer voor de huiswerkopgaven, dan is het eindcijfer gelijk aan het afgeronde tentamencijfer, dus:

$$\text{Eindcijfer} := \text{MAX}\{ 0.3 \times \text{huiswerkcijfer} + 0.7 \times \text{tentamencijfer}, \text{tentamencijfer} \}.$$

**De huiswerkopdrachten dienen in de week van bijeenkomst 8 of eerder te worden ingeleverd, anders worden deze niet meegenomen in de beoordeling van het eindcijfer.**

### 8.1 Oude tentamens Toegepaste Wiskunde.

#### Tentamen van Donderdag 1 november 2001, van 85 minuten.

Normering											
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Bonus	Totaal
Punten	10	10	10	10	10	10	10	10	15	+10	105
Het tentamencijfer is het aantal behaalde punten gedeeld door 10. Het eindcijfer wordt als volgt bepaald: $\text{Eindcijfer} := \min\{ \max\{ 0.3 \times \text{huiswerkcijfer} + 0.7 \times \text{tentamencijfer}, \text{tentamencijfer} \}, 10 \}.$											

#### Vraag 1 [2+2+3+3 = 10 punten]

Ontbind, indien van toepassing, zo ver mogelijk in factoren:

- $x^2 - 4$
- $x^2 - 2x - 3$
- $3x^2 + 12x + 9$
- $(2x^3)^2 - 12x^3 + 9$

#### Vraag 2 [5+5 = 10 punten]

Los de onderstaande vergelijkingen op:

- $(x+4)^2 = x+4$
- $3x^2 + x - 2 = 0$

#### Vraag 3 [3+3+4 = 10 punten]

Vereenvoudig de volgende uitdrukkingen:

- $\frac{5a^7 b^3 c^2}{25a^5 b^2 c^3}$
- $\frac{abc}{\left(\frac{ab}{c}\right)}$  en  $\frac{\left(\frac{abc}{ab}\right)}{c}$
- $\sqrt[3]{\frac{8a^{15}b}{27(a^{-3}bc^0)^{-8}}}$

#### Vraag 4 [3+3+4 = 10 punten]

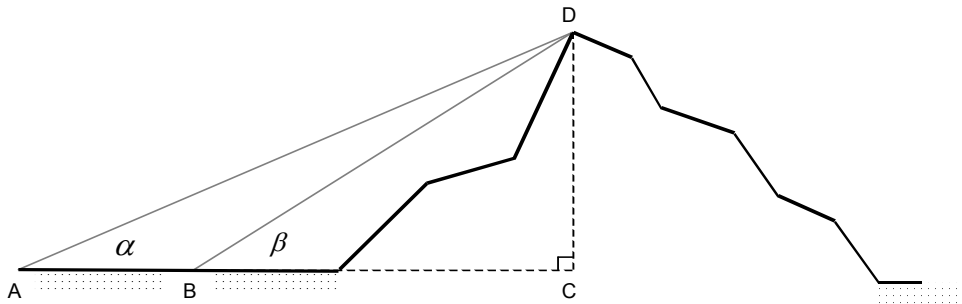
Bereken zonder rekenmachientje:

- ${}^2\log(16)$
- ${}^8\log(16)$
- ${}^2\log(5) + {}^2\log(12) - {}^2\log(15)$



**Vraag 5** [5+5 = 10 punten]Bereken  $x$  met behulp van een rekenmachientje:

- a.  $x = {}^2\log(65536)$   
 b.  $4^x = 40$

**Vraag 6** [10 punten]

In de bovenstaande figuur is D een top van een heuvel. De lijn ABC loopt horizontaal, AB is 50 m. Uit A ziet men de top van de heuvel onder een hoek van  $29^\circ$  met de horizontale richting, uit B onder een hoek van  $35^\circ$ , dus  $\alpha = 29^\circ$  en  $\beta = 35^\circ$ . Bereken de hoogte van de heuvel, ofwel de lengte CD. (Hint:  $CD = BD \times \sin(\beta)$ )

**Vraag 7** [5+5 = 10 punten]

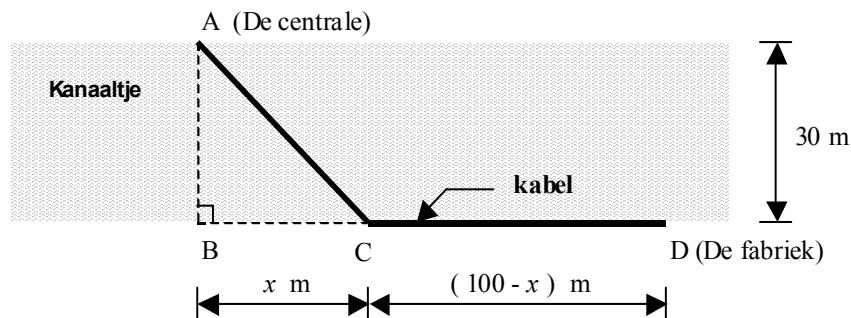
Los de volgende ongelijkheden op:

- a.  $5^{3x-2} \geq 5^x$   
 b.  ${}^5\log(3x-2) \geq 2$

**Vraag 8** [3+3+4 = 10 punten]

Bepaal de afgeleide van:

- a.  $y = x^4 + 12x^3 - 2x$   
 b.  $y = (8x^2 + 11x + 2001)^{2001}$   
 c.  $y = x^2 \sin(x)$

**Vraag 9** [5+10 = 15 punten]

Er moet een kabel komen van centrale A naar fabriek D. Tussen centrale A en fabriek D ligt een kanaaltje met een breedte van 30 m, zie de figuur. De kabel ligt van A naar C onder water en van C naar D op het land. De aanlegkosten van de kabel zijn per meter: € 500,- onder water en € 400,- op het land.

- a. Toon aan, dat de aanlegkosten van de kabel  $k(x) = 500\sqrt{x^2 + 30^2} + 400(100 - x)$  euro is.  
 b. Voor welke waarde van  $x$  is aanlegkosten minimaal?

## Tentamen van Donderdag 31 oktober 2002, van 85 minuten.

Normering											
Vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Bonus	Totaal
Punten	10	10	10	10	10	10	10	15	15	+10	110
Het tentamencijfer is het aantal behaalde punten gedeeld door 10. Het eindcijfer wordt als volgt bepaald: Eindcijfer := MIN { MAX { 0.3 × huiswerk cijfer + 0.7 × tentamencijfer , tentamencijfer } , 10 }.											

### Vraag 1 [3+3+4 = 10 punten]

Ontbind, indien van toepassing, zo ver mogelijk in factoren:

- $x^2 - 9$
- $x^2 + 2x - 3$
- $2x^2 + 10x + 12$ .

### Vraag 2 [5+5 = 10 punten]

Los de onderstaande vergelijkingen op:

- $2x^2 - 7x + 3 = 0$
- $\frac{2x+1}{2x-5} + 1 = 0$ .

### Vraag 3 [5+5 = 10 punten]

Vereenvoudig de volgende uitdrukkingen:

- $$\sqrt[3]{\frac{27a^{11}b^2}{8(a^{-2}bc^0)^{-4}}}$$
- ${}^4\log(16) - 3 \cdot {}^8\log(4) - {}^4\log(1)$ .

### Vraag 4 [5+5 = 10 punten]

Los op, en maak indien nodig gebruik van een rekenmachientje:

- ${}^2\log\left(\frac{x+4}{x+1}\right) = 1$
- $4^{x+1} = 40$ .

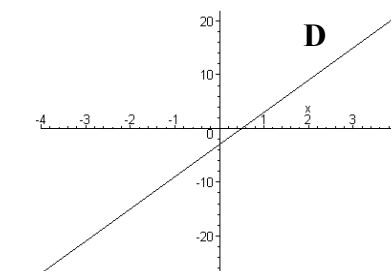
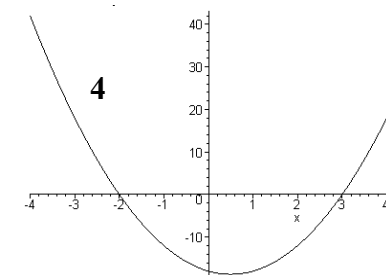
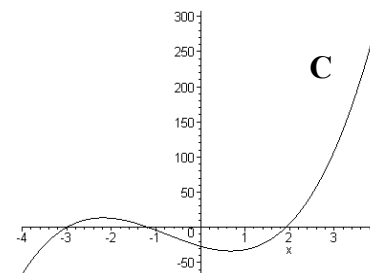
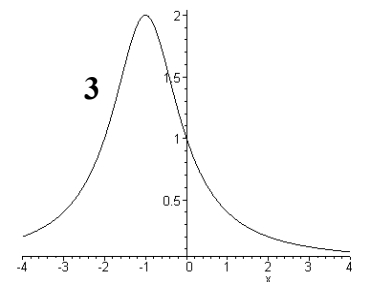
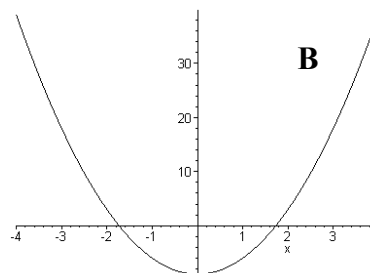
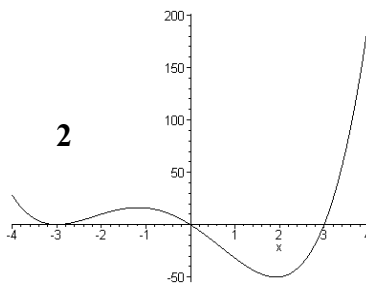
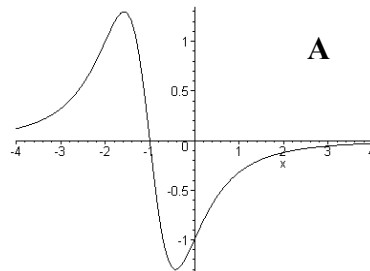
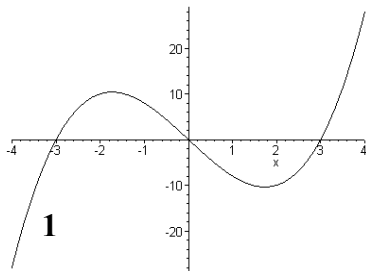
### Vraag 5 [3+3+4 = 10 punten]

Bepaal de afgeleide van:

- $y = x^3 + 3x^2 - 2x + 16$
- $y = \frac{x}{x^2 + 1}$
- $y = x^3 \cos(x)$ .

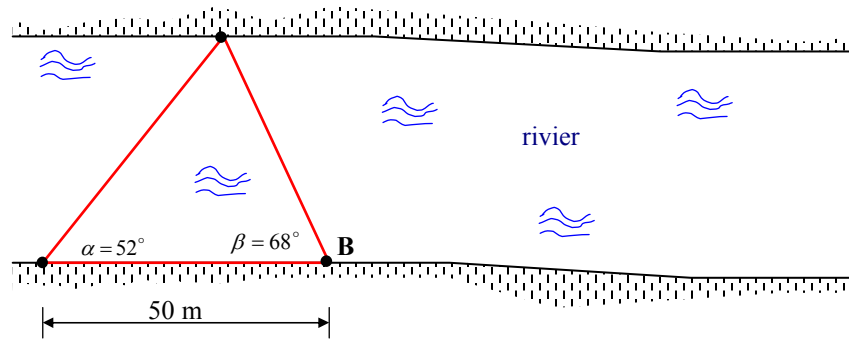


Vraag 6 [10 punten]



In figuur 1 t/m 4 staan de grafieken afgebeeld van vier functies. Bij deze grafieken horen de grafieken van de afgeleide, zie A t/m D. Geef aan welke grafieken bij elkaar horen, als grafiek van de functie en haar afgeleide.

**Vraag 7** [10 punten]



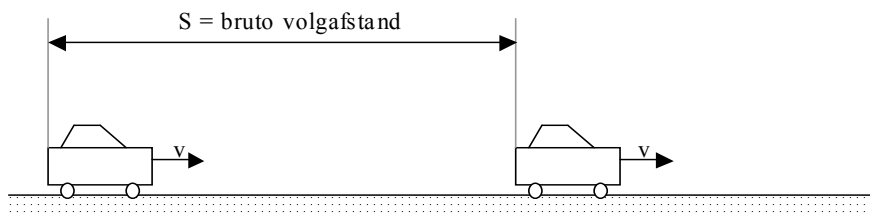
De breedte van een rivier kunnen we bepalen door een driehoek ABC te construeren. Zijde AB vormt de basis en heeft een lengte van 50 m, punt C is een markeringspunt op de andere oever. Door hoek  $\angle BAC (= \alpha)$  en  $\angle ABC (= \beta)$  te meten kan de breedte van de rivier bepaald worden. Bereken de breedte van de rivier, als  $\alpha = 52^\circ$  en  $\beta = 68^\circ$  is.

**Vraag 8** [2x7.5 = 15 punten]

Gegeven is een driehoek ABC met:  $a = 7$  cm,  $b = 6$  cm en  $c = 10$  cm.

- Bereken  $\cos(\alpha)$  en  $\sin(\alpha)$ .
- Bereken de oppervlakte van driehoek ABC.

**Vraag 9** [5 + 10 = 15 punten]



Hierboven staat schematisch één rijstrook van een autosnelweg afgebeeld met slechts twee auto's. Uit onderzoek is naar voren gekomen, dat de (gemiddelde) bruto volgafstand ( $S$ ), de afstand tussen twee opeenvolgende auto's gemeten van achterkant bumper tot achterkant bumper gelijk is aan:

$$S = 0.02v^2 + v + 7.22,$$

waarin:

- $S$  : de gemiddelde bruto volgafstand in m  
 $v$  : gemiddelde autosnelheid in m/s.

- In één uur passeren:

$$N = \frac{3600 * v}{0.02v^2 + v + 7.22}$$

auto's een vast punt op de rijstrook,  $v$  staat in m/s. Bewijs deze betrekking.

- Voor welke snelheid  $v$  is  $N$  maximaal? Bereken deze  $N_{\max}$ , de maximale capaciteit van een rijstrook.

## 8.2 Antwoorden.

### Tentamen van donderdag 1 november 2001.

- 1.a.  $(x+2)(x-2)$   
1.b.  $(x-3)(x+1)$   
1.c.  $3(x+3)(x+1)$   
1.d.  $(2x^3 - 3)^2$
- 2.a.  $x = -4$  of  $x = -3$   
2.b.  $x = \frac{2}{3}$  of  $x = -1$
- 3.a.  $\frac{a^2b}{5c}$   
3.b.  $c^2$  en 1  
3.c.  $\frac{2b^3}{3a^3}$
- 4.a. 4  
4.b.  $\frac{4}{3}$   
4.c. 2
- 5.a. 16  
5.b. 2.661
6. 133.01 m
- 7.a.  $x \geq 1$   
7.b.  $x \geq 9$
- 8.a.  $y' = 4x^3 + 36x - 2$   
8.b.  $y' = 2001 * (8x^2 + 11x + 2001)^{2000} * (16x + 11)$   
8.c.  $y' = 2x * \sin(x) + x^2 * \cos(x)$
- 9.a. De aanlegkosten van de kabel zijn:  
 $k(x) = AC * \text{€}500,- + CD * \text{€}400,-$   
voor AC en CD geldt:  
 $AC = \sqrt{x^2 + 30^2}$  en  $CD = 100 - x$   
dus  $k(x)$  in euro's is:  
 $k(x) = 500\sqrt{x^2 + 30^2} + 400(100 - x)$
- 9.b.  $x = 40$

### Tentamen van donderdag 31 oktober 2002.

- 1.a.  $(x+3)(x-3)$   
1.b.  $(x+3)(x-1)$   
1.c.  $2(x+3)(x+2)$
- 2.a.  $x = \frac{1}{2}$  of  $x = 3$   
2.b.  $x = 1$ .
- 3.a.  $\frac{3ab^2}{2}$   
3.b. 0
- 4.a. 2  
4.b. 1.661
- 5.a.  $y' = 3x^2 + 6x - 2$
- 5.b.  $y' = \frac{-x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2}$   
5.c.  $y' = 3x^2 \cos(x) - x^3 \sin(x)$
6. 1&B, 2&C, 3&A en 4&D.
7. 42.183 m.
- 8.a.  $\cos(\alpha) = 0.725$   $\sin(\alpha) = 0.688$   
8.b.  $20.66 \text{ cm}^2$ .
- 9.a. De eerste auto legt in een uur  $3600 * v$  meter af, dus er passeren in een uur:  
 $N = \frac{3600 v}{S}$
- 9.b. N is maximaal voor  $19 \text{ m/s} = 68.4 \text{ km/uur}$ ,  
N is dan  $N_{\max} = 2045$ .

### 8.3 Uitwerkingen van de tentamenopgaven van donderdag 1 november 2001.

1.a.  $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$

1.b.  $x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$

1.c.  $3x^2 + 12x + 9 = 3(x^2 + 4x + 3) = 3(x+3)(x+1)$

1.d.  $(2x^3)^2 - 12x^3 + 9 = (2x^3 - 3)^2$

2.a.  $(x+4)^2 = x+4$

$$(x+4)^2 - (x+4) = 0$$

$$(x+4)((x+4)-1) = 0$$

$$(x+4)(x+3) = 0$$

$$x = -4 \quad \text{of} \quad x = -3$$

2.b.  $3x^2 + x - 2 = 0$

$$(3x-2)(x+1) = 0$$

$$x = \frac{2}{3} \quad \text{of} \quad x = -1$$

3.a.  $\frac{5a^7 b^3 c^2}{25a^5 b^2 c^3} = \frac{a^2 b}{5c}$

3.b.  $\frac{abc}{\left(\frac{ab}{c}\right)} = \frac{abc}{\left(\frac{ab}{c}\right)} * \frac{c}{c} = \frac{abc^2}{ab} = c^2$       en       $\frac{\left(\frac{abc}{ab}\right)}{c} = \frac{\left(\frac{abc}{ab}\right)}{c} * \frac{1}{\frac{1}{c}} = \frac{abc}{abc} = 1$

3.c.  $\sqrt[3]{\frac{8a^{15}b}{27(a^{-3}bc^0)^{-8}}} = \sqrt[3]{\frac{2^3 a^{15}b}{3^3 a^{24}b^{-8}}} = \sqrt[3]{\frac{2^3 b^9}{3^3 a^9}} = \frac{2b^3}{3a^3}$

4.a.  ${}^2\log(16) = {}^2\log(2^4) = 4$

4.b.  ${}^8\log(16) = {}^{2^3}\log(2^4) = {}^{2^3}\log\left((2^3)^{\frac{4}{3}}\right) = \frac{4}{3}$

4.c.  ${}^2\log(5) + {}^2\log(12) - {}^2\log(15) = {}^2\log\left(\frac{5*12}{15}\right) = {}^2\log(4) = {}^2\log(2^2) = 2$

5.a.  $x = {}^2\log(65536) = \frac{\log(65536)}{\log(2)} = 16$

5.b.  $4^x = 40$

$$\log(4^x) = \log(40)$$

$$x * \log(4) = \log(40)$$

$$x = \frac{\log(40)}{\log(4)} = 2.661$$



6. Uit de sinusregel voor driehoek ABD volgt:

$$\frac{BD}{\sin(\alpha)} = \frac{AB}{\sin(\angle ADB)}$$

ofwel:

$$BD = \frac{AB * \sin(\alpha)}{\sin(\angle ADB)}$$

daar  $\angle ADB = 180^\circ - \alpha - (180^\circ - \beta) = \beta - \alpha$ , dus:

$$BD = \frac{AB * \sin(\alpha)}{\sin(\beta - \alpha)}$$

Uit het bovenstaande en  $CD = BD * \sin(\beta)$  volgt nu, dat:

$$CD = \frac{AB * \sin(\alpha) * \sin(\beta)}{\sin(\beta - \alpha)} = \frac{50m * \sin(29^\circ) * \sin(35^\circ)}{\sin(35^\circ - 29^\circ)} = 133.01m$$

7.a.  $5^{3x-2} \geq 5^x \Leftrightarrow 3x-2 \geq x \Leftrightarrow 2x \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 1$

7.b.  ${}^5\log(3x-2) \geq 2$

$${}^5\log(3x-2) \geq {}^5\log(5^2)$$

$$(3x-2) \geq 25$$

$$3x \geq 27$$

$$x \geq 9$$

8.a.  $y' = 4x^3 + 12 * 3x^2 - 2 = 4x^3 + 36x^2 - 2$

8.b.  $y' = 2001 * (8x^2 + 11x + 2001)^{2000} * (16x + 11)$

8.c.  $y' = 2x * \sin(x) + x^2 * \cos(x)$

9.a. De aanlegkosten van de kabel zijn:  $k(x) = AC * \text{€}500,- + CD * \text{€}400,-$   
voor AC en CD geldt:

$$AC = \sqrt{x^2 + 30^2} \quad \text{en} \quad CD = 100 - x$$

dus:

$$k(x) = 500\sqrt{x^2 + 30^2} + 400(100 - x) \quad \text{in euro's}$$

9.b. De extremen van de kostenfunctie volgen uit  $k'(x) = 0$ :

$$k'(x) = 500 * \frac{1}{2} (x^2 + 30^2)^{-\frac{1}{2}} * 2x + 400 * (-1)$$

$$k'(x) = 500 * \frac{x}{\sqrt{x^2 + 30^2}} - 400$$

Uit  $k'(x) = 0$  volgt dan dat:

$$500 * \frac{x}{\sqrt{x^2 + 30^2}} - 400 = 0$$

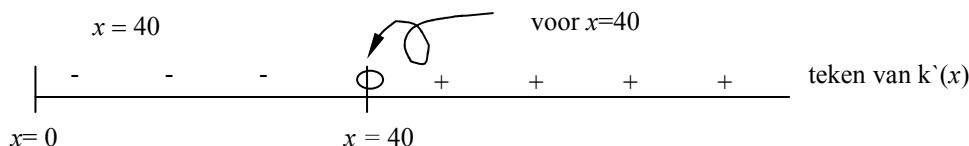
$$5x = 4\sqrt{x^2 + 30^2}$$

$$25x^2 = 16(x^2 + 30^2)$$

$$9x^2 = 16 * 30^2 \Rightarrow$$

$$x = 40$$

$k$  heeft een min  
voor  $x=40$



# Formuleblad Toegepaste Wiskunde ribWIS01t.

## Merkwaardige producten:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

## Rekenregels voor machten:

$$a^m a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$$\sqrt[q]{a^p} = a^{\frac{p}{q}}.$$

## Rekenregel voor wortels:

Als  $a \geq 0$  en  $b \geq 0$  dan geldt:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}.$$

## ABC-formule:

De oplossing van  $ax^2 + bx + c = 0$  met  $a \neq 0$  is:

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{of} \quad x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

## Reststelling:

Als  $f(x)$  een veelterm is met  $f(a)=0$ , dan is  $f(x)$  deelbaar door  $x-a$ , ofwel:  $f(x) = q(x) \times (x-a)$ , waarin  $q(x)$  een veelterm is.

## Eigenschappen van logaritmen:

Voor  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $g > 0$  en  $g \neq 1$ ,  $p > 0$  en  $p \neq 1$  geldt:

$${}^g \log(g^a) = a$$

$$g^{{}^g \log(a)} = a$$

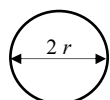
$${}^g \log(a) + {}^g \log(b) = {}^g \log(ab)$$

$${}^g \log(a) - {}^g \log(b) = {}^g \log\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$\alpha \times {}^g \log(a) = {}^g \log(a^\alpha)$$

$$p \log(a) = \frac{{}^g \log(a)}{{}^g \log(p)}.$$

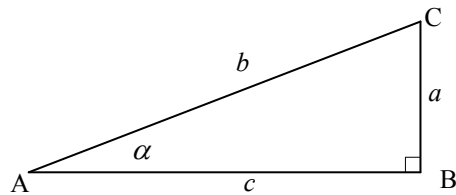
## Cirkel:



omtrek cirkel =  $2\pi r$

oppervlakte cirkel =  $\pi r^2$

## Goniometrie:



$$\sin(\alpha) = \frac{a}{b}, \quad \cos(\alpha) = \frac{c}{b} \quad \text{en} \quad \tan(\alpha) = \frac{a}{c}.$$

## Enkele eigenschappen:

$$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$$

$$\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan(\alpha)$$

$$\sin(\alpha) = \cos(\pi/2 - \alpha) \quad \text{en} \quad \alpha \text{ in radialen}$$

$$\sin(\alpha) = \sin(\pi - \alpha) \quad \text{en} \quad \alpha \text{ in radialen}$$

$$\sin(\alpha) = \sin(2\pi k + \alpha) \quad \text{en} \quad \alpha \text{ in radialen en } k \in \mathbb{Z}.$$

$$\cos(\alpha) = \sin(\pi/2 - \alpha) \quad \text{en} \quad \alpha \text{ in radialen}$$

$$\cos(\alpha) = -\cos(\pi - \alpha) \quad \text{en} \quad \alpha \text{ in radialen}$$

$$\cos(\alpha) = \cos(2\pi k + \alpha) \quad \text{en} \quad \alpha \text{ in radialen en } k \in \mathbb{Z}.$$

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha).$$

## Som- en verschilformules:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \sin(\beta) \cos(\alpha)$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\beta) \cos(\alpha)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) + \sin(\alpha) \sin(\beta).$$

## Sinus- en cosinusregel:

In elke driehoek ABC geldt, de sinusregel:

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

de cosinusregel:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos(\beta)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma).$$

## Radialen (Rad) en graden (°):

1 rad is de grootte van een middelpuntshoek, waarvan de booglengte gelijk is aan de straal;

$$1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57.296^\circ.$$



**Rekenregels voor differentiëren:**

De functies  $u$  en  $v$  zijn differentieerbare functies en  $c$  is een constante:

$$c' = 0$$

$$(c u(x))' = c u'(x)$$

$$(u(x) + v(x))' = u'(x) + v'(x)$$

$$(u(x) v(x))' = u'(x) v(x) + u(x) v'(x)$$

$$\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)' = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{(v(x))^2}$$

$$u(v(x))' = u'(v(x)) \times v'(x).$$

Standaardafgeleiden:	
$f(x)$	$f'(x)$
$x^\alpha$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$e^x$	$e^x$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$
$\tan(x)$	$\frac{1}{\cos^2(x)}$

Opmerking:

$$e = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots \approx 2.71828.$$

**Integreren:****Eigenschappen van een onbepaalde integraal:**

$$\int f(x) dx = F(x) + C \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$$

$$\int f(x) dx + \int g(x) dx = \int (f(x) + g(x)) dx$$

$$\int c f(x) dx = c \int f(x) dx \quad \text{mits } c \neq 0$$

$$\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx.$$

Stamintegralen	
$f(x)$	$\int f(x) dx$
$x^\alpha$	$\frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + C$ mits $\alpha \neq -1$
$\frac{1}{x}$	$\ln x  + C$
$e^x$	$e^x + C$
$\sin(x)$	$-\cos(x) + C$
$\cos(x)$	$\sin(x) + C$
$\frac{1}{\cos^2(x)}$	$\tan(x) + C$

**Eigenschappen van een bepaalde integraal:**

$$\frac{d}{dx} \left( \int_a^x f(t) dt \right) = f(x)$$

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx.$$

