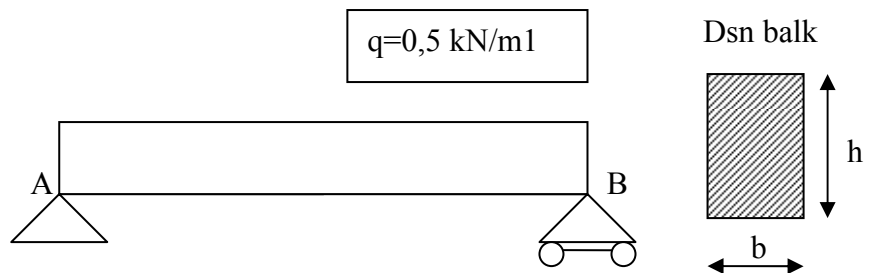


## Berekening van een balk op 2 steunpunten met een gelijkmatig verdeelde belasting

### Gegeven:

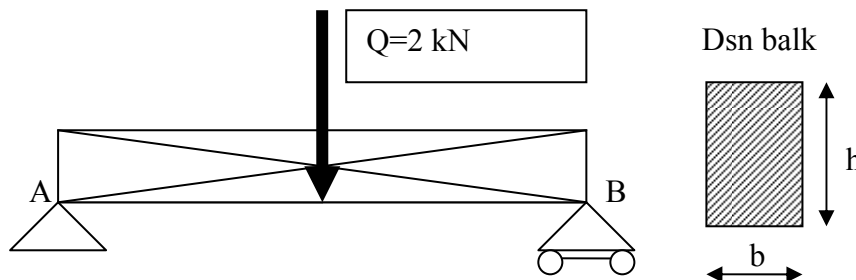
Houten balk  
 $q = 0,5 \text{ kN/m}$   
 $L = 4 \text{ m}$   
 $b = 100 \text{ mm}$   
 $h = 200 \text{ mm}$   
 $E = 9000 \text{ N/mm}^2$   
 $f_v = 1 \text{ N/mm}^2$   
 $f_m = 18 \text{ N/m}^2$   
 $u_{\max} = 0,003L$



### Berekening van de resultante Q

$$Q = q * L$$

$$Q = 0,5 * 4 = 2 \text{ kN}$$



### Berekening Reactiekrachten

$\sum M \text{ t.o.v. A} = 0$  (Som van de Momenten t.o.v. oplegging A is gelijk aan nul)

$$-(q * L * 1/2L) + (Q_{Ar} * 0) + Q_{Br} * L = -(q * L * 1/2L) + Q_{Br} * L = 0$$

Naar andere kant van =-teken brengen geeft een tekenverandering.

$$-(q * L * 1/2L) = -(Q_{Br} * L)$$

$$Q_{Br} = 1/2 * q * L^2 = 1/2 q L^2 / L$$

$$Q_{Br} = 1/2 q L = 1/2 Q$$

**Invullen van de bekenden geeft de onbekende:**

$$-(1/2 * 4 * 2) + (Q_{Br} * 4) = 0$$

$$Q_{Br} = 4 / 4$$

$$Q_{Br} = 1 \text{ kN} \text{ of } Q_{Br} = 1/2 q L = 1/2 * 0,5 * 4 = 1 \text{ kN}$$

$\sum V = 0$  (Som van de verticale krachten is gelijk aan nul)

$$Q - 1/2 Q - Q_{Ar} = 0$$

Naar andere kant van =-teken brengen geeft een tekenverandering.

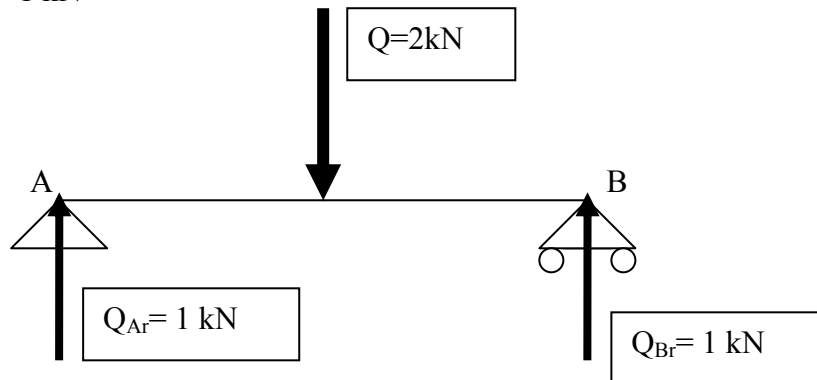
$$Q - 1/2 Q = Q_{Ar}$$

$$Q_{Ar} = 1/2 Q$$

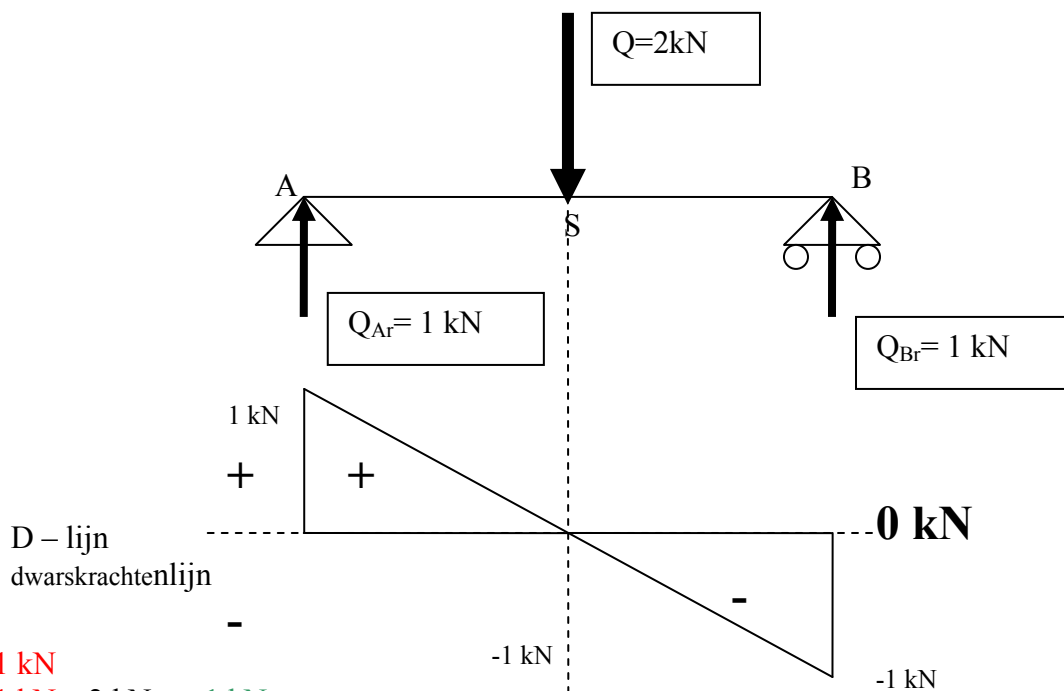
*Invullen van de bekenden geeft de onbekende:*

$$2 - 1 - Q_{Ar} = 0$$

$$Q_{Ar} = 1 \text{ kN}$$



### Berekening van de Dwarskrachten



$$D1 = 1 \text{ kN}$$

$$D2 = 1 \text{ kN} - 2 \text{ kN} = -1 \text{ kN}$$

$$D3 = -1 \text{ kN} + 1 \text{ kN} = 0 \text{ kN}$$

De Maximale Dwarkracht ( $D_{max}$  of  $V_{max}$ ) uit de dwarskrachtenlijn is:

$$D_{max} = 1 \text{ kN}$$

De dwarskrachtenlijn komt uit op 0 kN, de verticale krachten zijn in evenwicht.

## Berekening op sterkte

### Afschuiving:

Met  $D_{max}$  berekenen we de schuifspanning

De gemiddelde schuifspanning

$$\tau = D_{max} / A \rightarrow 1000 \text{ N} / (100 * 200) = 1000 / 20000 = 0,05 \text{ N/mm}^2$$

De maximale schuifspanning is

$$\tau = 1,5 * (D_{max} / A) \rightarrow 1,5 * 0,05 \text{ N/mm}^2 = 0,08 \text{ N/mm}^2$$

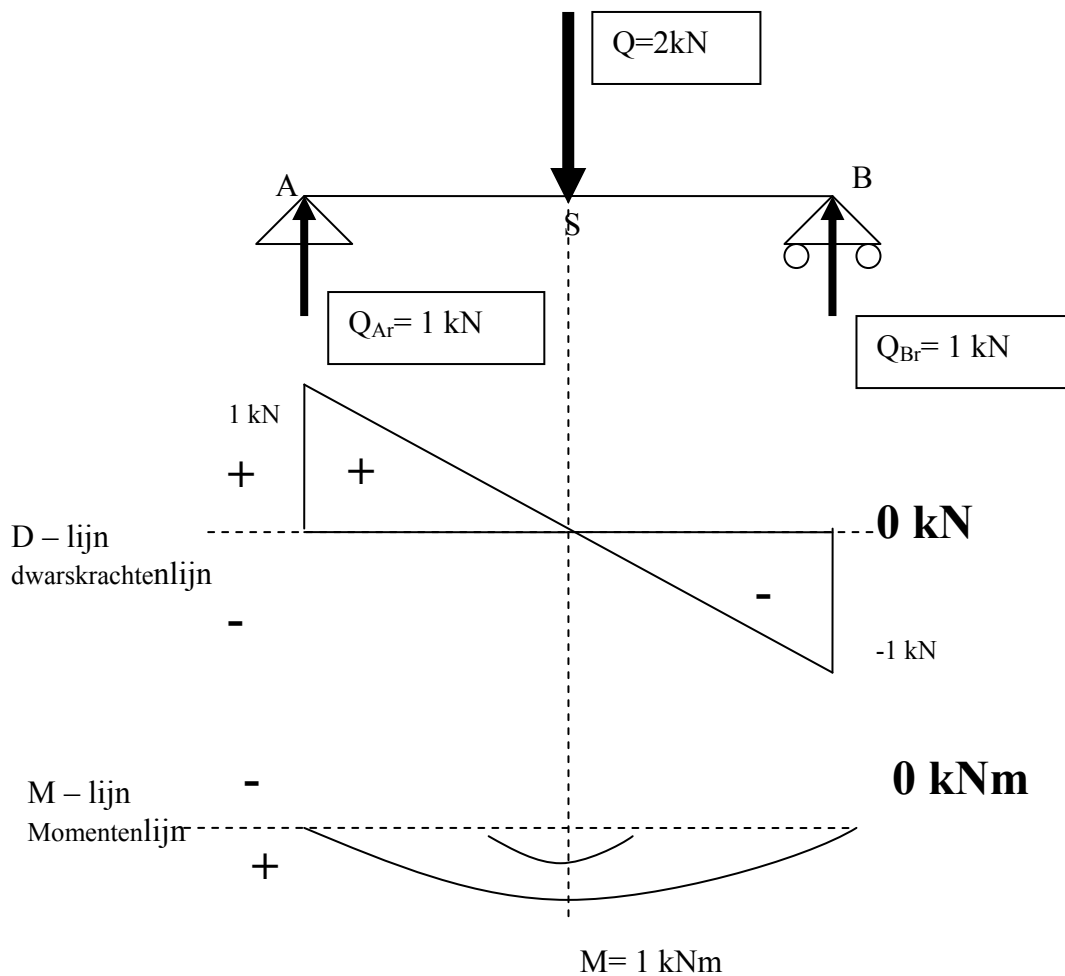
Unity Check (U.C) =  $0,08 / 1 \leq 1$  **AKKOORD OP AFSCHUIVING**

### Buigsterkte:

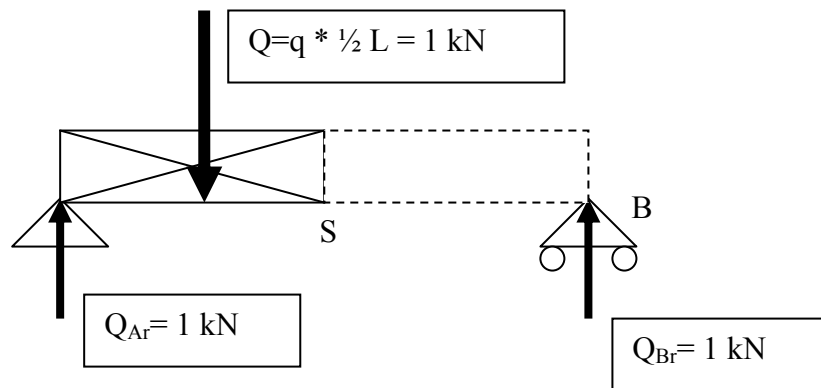
$$\text{Weerstandsmoment} = 1/6 * b * h^2 \text{ (mm}^3\text{)}$$

Het weerstandsmoment zegt iets over de sterkte

$$W = 1/6 * 100 * 200^2 = 666666,66 \text{ mm}^3 = 667 * 10^3 \text{ mm}^3$$



### Berekening van het Moment t.o.v. S.



$$-(Q_{Ar} * \frac{1}{2} L) + (Q * \frac{1}{4} L) + M = -(\frac{1}{2} qL * \frac{1}{2} L) + (\frac{1}{2} qL * \frac{1}{4} L) + M = 0$$

$$-\frac{1}{4} ql^2 + \frac{1}{8} qL^2 + M_1 = 0$$

$$M_1 = \frac{1}{4} ql^2 - \frac{1}{8} qL^2 \text{ (Aan beide zijden van de =-teken met -1 vermenigvuldigd)}$$

Breuken gelijknamig maken

$$M_1 = \frac{2}{8} ql^2 - \frac{1}{8} qL^2$$

$$M_1 = \frac{1}{8} qL^2$$

$$M_1 = \frac{1}{8} * 0,5 * 4^2 = 1 \text{ kNm}$$

### Berekening van het Moment t.o.v. B.

$$-(\frac{1}{2}qL * L) + (qL * \frac{1}{2}L) + M_2 = 0$$

$$M_2 = (\frac{1}{2}qL * L) - (qL * \frac{1}{2}L) = \frac{1}{2}qL^2 - \frac{1}{2}qL^2 = 0$$

$$M_2 = (\frac{1}{2} * \frac{1}{2} * 4 * 4) - (\frac{1}{2} * \frac{1}{2} * 4 * 4) = 4 - 4 = 0 \text{ kNm}$$

Of berekening van het Moment middels oppervlakteberekening van de Dwarskrachtenlijn.

$$M_1 = (Q_{Ar} * \frac{1}{2}L) / 2 = (1 * 2) / 2 = 1 \text{ kNm (delen door 2, oppervlakte is immers een rechthoekige driehoek)}$$

$$M_2 = 1 \text{ kNm} - (Q_{Br} * \frac{1}{2}L) / 2 = 1 - 1 = 0 \text{ kNm}$$

In beide berekeningen komt de Momentenlijn uit op 0 kNm, de momenten zijn in evenwicht.

In beide berekeningen is het Maximale Moment gelijk aan:  $M_{\max} = 1 \text{ kNm}$

Het Maximale Moment ( $M_{\max}$ ) bevindt zich daar waar de dwarskracht 0 kN is, of m.a.w.: Daar waar de dwarskrachtenlijn de nul-lijn snijdt is het Moment maximaal.

Met het Maximale Moment berekenen we de Buigsterkte.

$$M = W * \sigma$$

$$M_{\max} = 1 \text{ kNm} = 1 * 10^6 \text{ Nmm}$$

$$W = 667 * 10^3 \text{ N/mm}^2 \text{ (weerstandsmoment)}$$

$$\sigma = M / W = (1 * 10^6) / (667 * 10^3) = 1000 / 667 = 1,5 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Unity Check (UC)} = 1,5 / 18 \leq 1 \quad \text{AKKOORD OP BUIGSTERKTE}$$

### Berekening op Stijfheid (Vervorming)

Het traagheidsmoment zegt iets over de stijfheid met:

$$I = 1/12 * b * h^3 \quad (\text{in mm}^4)$$

$$I = 1/12 * 100 * 200^3 = 66666666,67 \text{ mm}^4 = 6667 * 10^4 \text{ mm}^4$$

De eis voor de maximale doorbuiging van de balk mag niet meer bedragen dan:

$$0,003 * L = 0,003 * 4000 \text{ mm} = 12 \text{ mm}$$

$$u = (5 * q * L^4) / 384EI \quad (\text{Doorbuigingsformule voor een q-last})$$

*De factor EI staat voor de buigstijfheid*

$$EI = 9000 \text{ N/mm}^2 * 6667 * 10^4 \text{ mm}^4 = 6 * 10^{11} \text{ Nmm}^2$$

$$u = (5 * 0,5 * 4000^4) / (384 * 6 * 10^{11}) = 2,78 \text{ mm}$$

Of in meters

$$E = 9000 \text{ N/mm}^2 = 0,09 * 10^8 \text{ kN/m}^2$$

$$I = 6667 * 10^4 \text{ mm}^4 = 6667 * 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$EI = 0,09 * 10^8 * 6667 * 10^{-8} = 0,09 * 6667 = 600 \text{ kNm}^2$$

$$u = (5 * 0,5 * 4^4) / (384 * 600) = 0,002777 \text{ m}$$

$$u = 0,02777 * 1000 = 2,78 \text{ mm}$$

Unity Check =  $2,78 / 12 \leq 1$  **AKKOORD OP STIJFHEID**

**Conclusie:**

**De houten balk voldoet**

Mechanica		M.J.Roos	
Projectnaam	Hogeschool Rotterdam	Projectnummer	2
Omschrijving	gelijkmatig verdeelde belasting op 2 steunpunten	Constructeur	M.J.Roos
Opdrachtgever		Eenheden	m, kN, kNm

## Constructiegegevens

Project type	Knopen	Staven	Opleggingen	Profielen	Belasting Gevallen	Belasting Combinaties
2D-Frame	2	1	2	1	1	0

## Staven

Staaf	Knoop B	Scharnier		Knoop E	Profiel	X-B	Z-B	X-E	Z-E	Lengte
		B	E							
S1	K1	NVM	NVM	K2	P1	0.000	0.000	4.000	0.000	4.000

## Profielen

Profiel	Profielnaam	Oppervlak	ly	Materiaal	Hoek
P1	100*200	2.0000e-02	6.6670e-05	Mat. 1	0°

## Materialen

Materiaalnaam	Dichtheid	E-Mod	Lin. Uitz. Coef.
Mat. 1	0.00	9.0000e+06	0.0000e-01

## Opleggingen

Oplegging	Knoop	X	Z	Yr	HoekYr
O1	K1	vast	vast	vrij	0°
O2	K2	vrij	vast	vrij	0°

## Belasting Gevallen

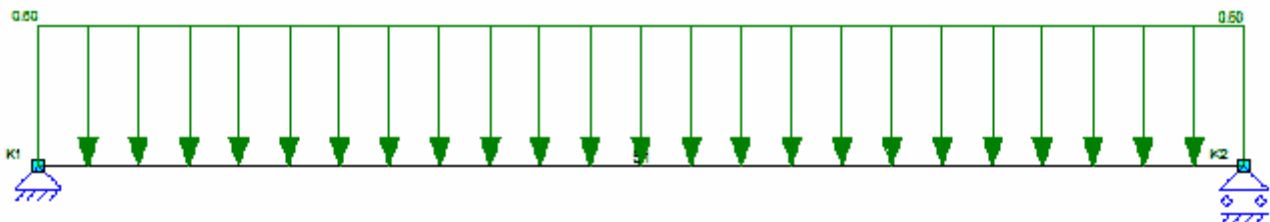
Type	Beginwaarde	Eindwaarde	Afs. Begin	Afst. Eind	Richting	Staaf/Knoop
BG1						
q	0.50	0.50	0.000	L	Z'	S1

## B.G. Oplegreacties

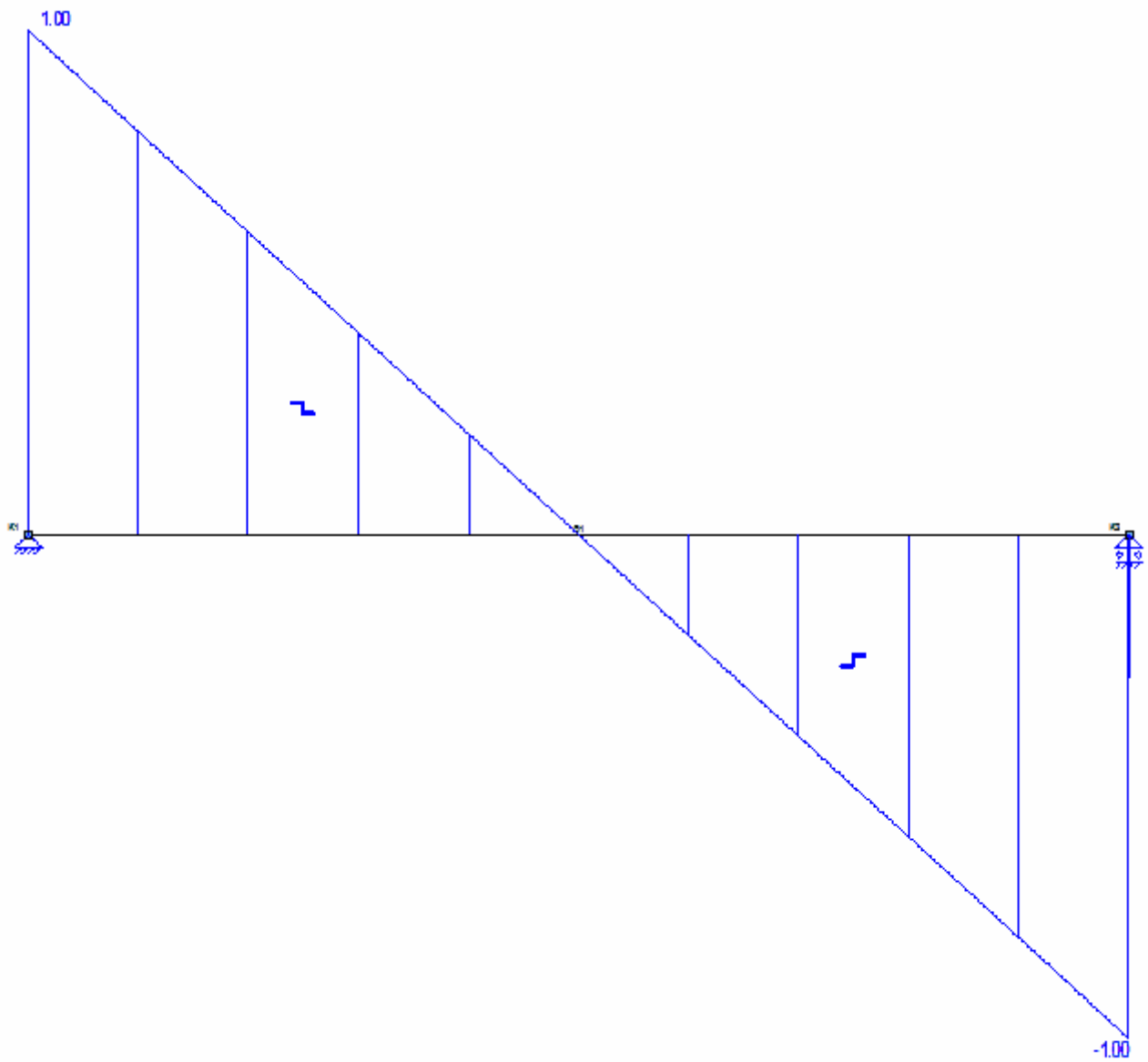
B.G.	Oplegging	Knoop	X	Z	My
BG1	O1	K1	0.00	-1.00	0.00
BG1	O2	K2	0.00	-1.00	0.00

## B.G. Doorbuigingen

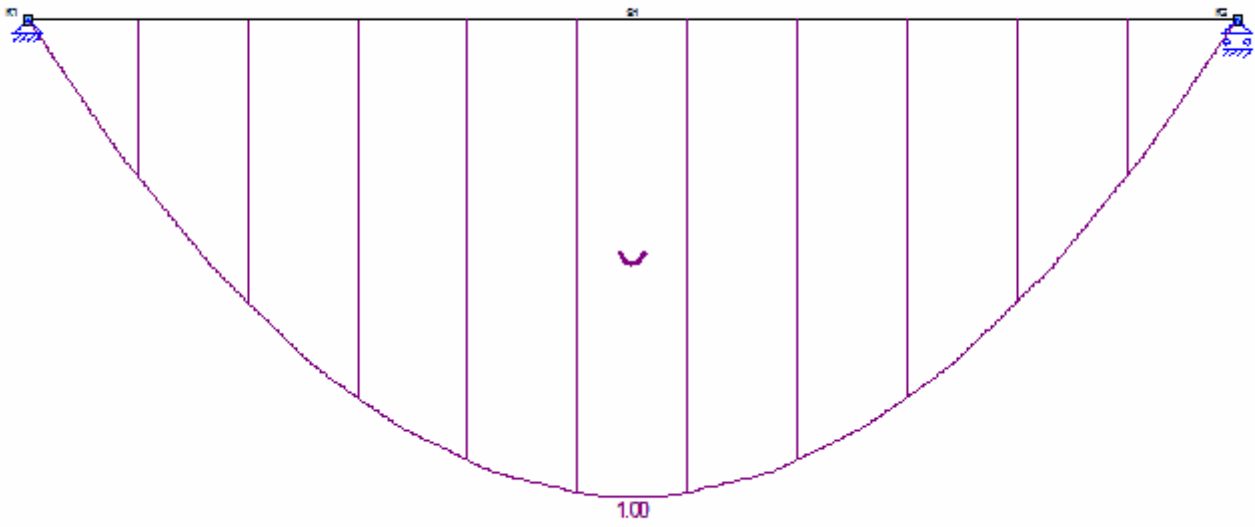
Staaf	B.G.	Knoop Begin		Staaf		Knoop Eind	
		X	Z	Z'afst	Z'	X	Z
S1	BG1	0.0000	0.0000	2.000	0.0028	0.0000	0.0000



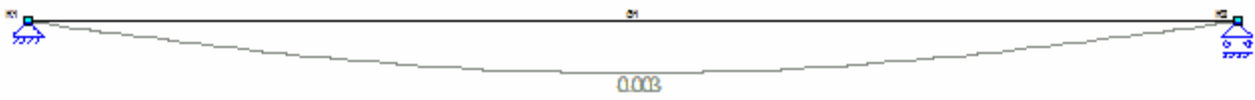
## Afb. Belasting BG1



Afb. D-lijn BG1



Afb. M-lijn BG1



Afb. Verplaatsingen BG1