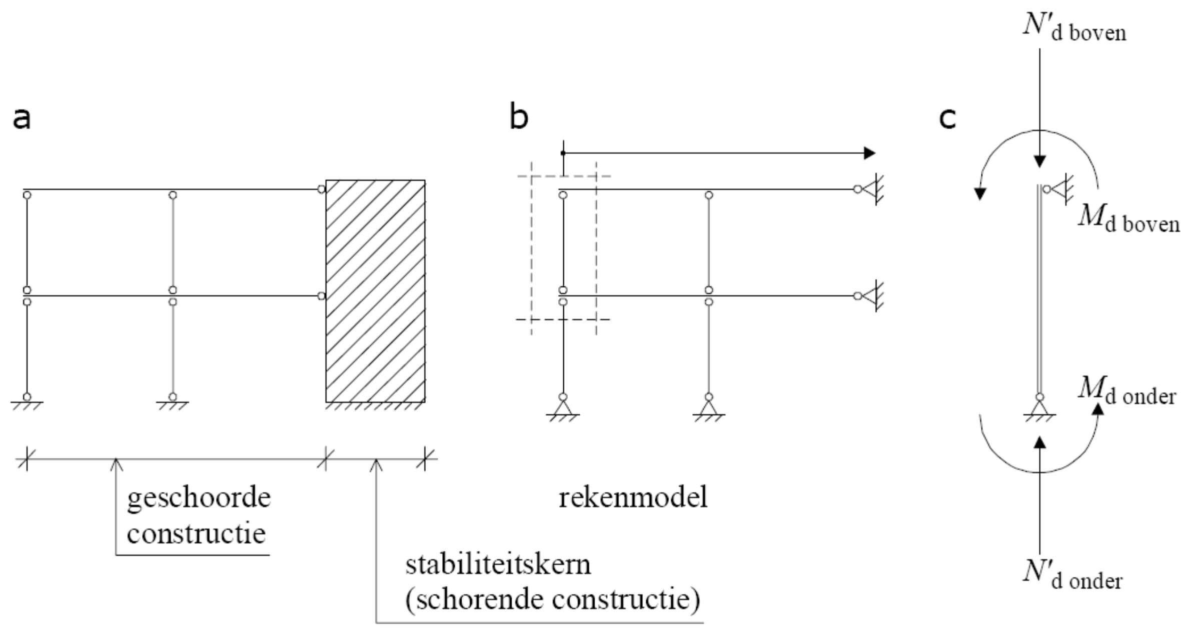
Theorie: Beton kolommen en wanden

We onderscheiden drie soorten constructies:

01. Geschoorde constructies
    a. Pendelstaven
02. Schorende constructies
    a. Schijven
    b. Kernen
03. Ongeschoorde constructies
    a. Raamwerken -> momentvaste verbindingen.



Een geschoorde constructie.

SCHATTEN VAN DE KOLOMDOORSNEDE

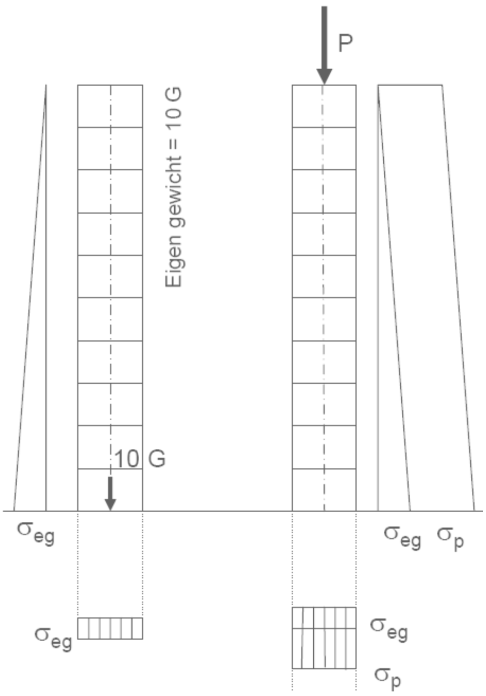
Globale formule: $$A = (1.0 \text{ a } 1.5)\ N'_d/f'_b$$

- Factor 1,0 bij kolommen die centrisch worden belast of een geringe excentriciteit bezitten.
- Factor 1,5 bij kolommen met een grote excentriciteit.

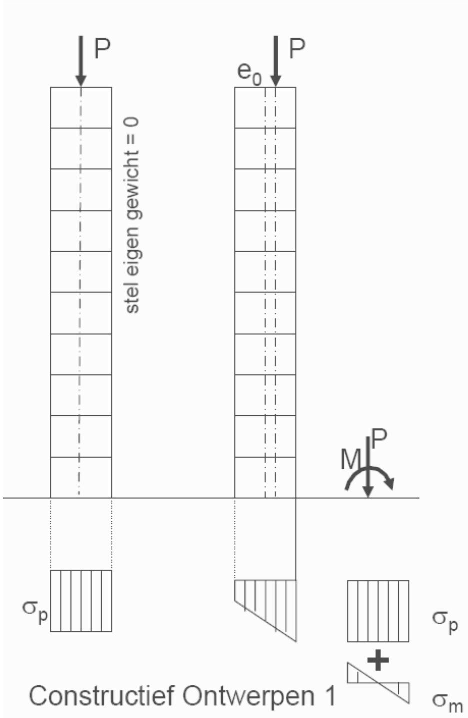
Kolommen met een geringe, centrische normaaldrukkracht kunnen klein zijn van afmeting.
->> uitvoeringstechnisch moet de kleinste dwarsafmeting 200 mm. zijn voor 'verticaal' gestorte kolommen.

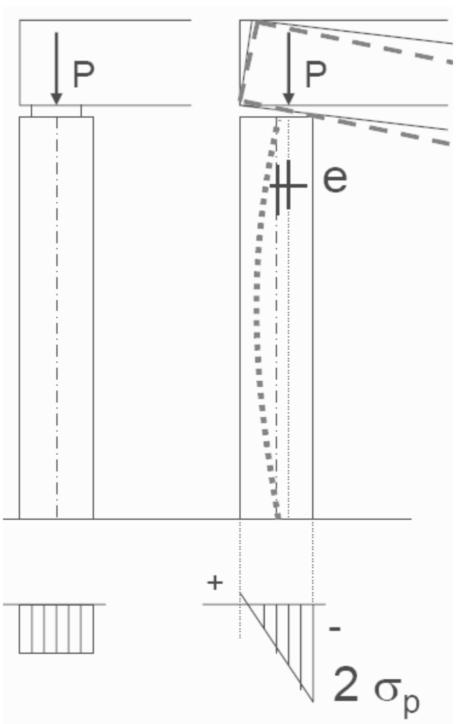
->> horizontaal gestorte kolommen, vooraf vervaardigd, mogen een minimale afmeting hebben van 150 mm.

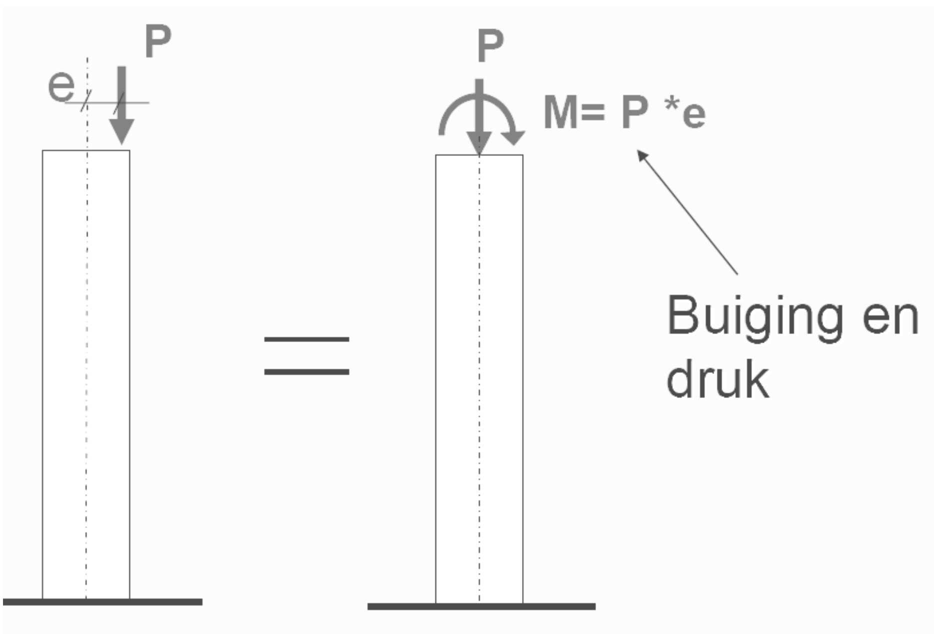
Centrisch belaste kolom



Excentrisch belaste kolom





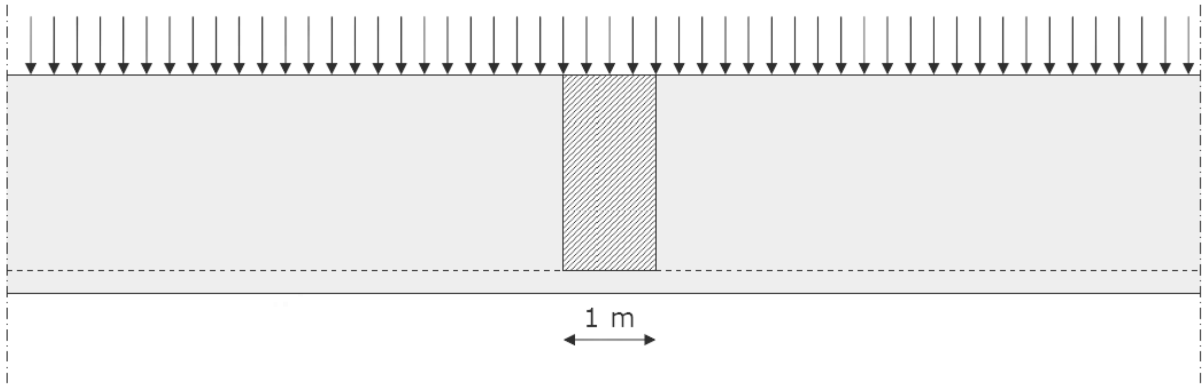


SCHATTEN VAN EEN WANDDOORSNEDE

Veelal wordt deze maat bepaald om uitvoeringstechnische reden of vanwege bouwfysich aspect.

- Uitvoeringstechnisch tenminste 150 mm. (zeker met een dubbelnet).
- Als woningscheidende wand (geluid) tenminste 250 mm.

Aanzicht betonwand (bijv. kelderwand)



Beschouwen als een kolom met een breedte van 1 meter.

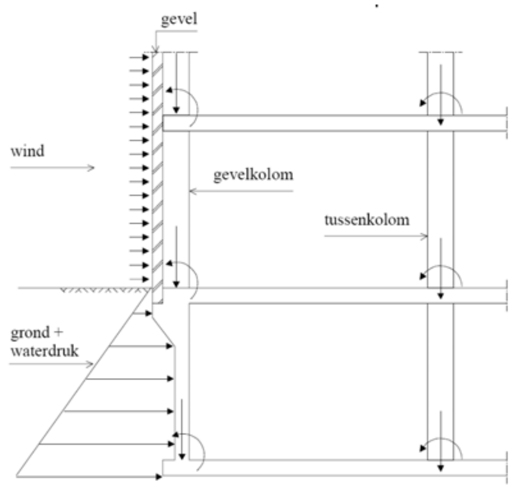
draagvermogen van een 250 mm. dikke, ongewapende wand:

B25 -> $N'_u = A_b \cdot f'_b = 1000\cdot250\cdot15 = 375\cdot10^4$ N/m^1

= 3750 kN/m^1 !!!

<u>BELASTINGEN EN BELASTINGCOMBINATIES</u>

01. Verticale belastingen op kolommen en wanden volgen meestal uit de gewichtsberekening
02. Geen horizontale belastingen t.g.v. wind op de gehele constructie → geschoorde constructie.
03. Wel horizontale windbelasting mogelijk op de gevelkolommen.
04. horizontale belasting op bijv. kelderwanden door grond- en waterdruk.
05. Bij raamwerken zijn er momenten in de knopen t.g.v. de monolieten verbinding tussen kolom en balk (wand en vloer).



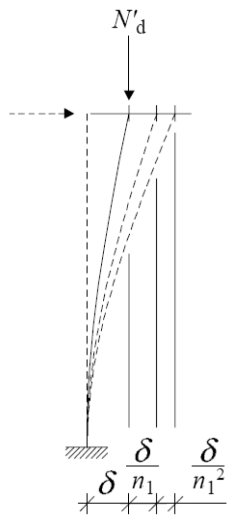
DOORSNEDE BELAST DOOR BUIGING EN NORMAALKRACHT

HET TWEEDE ORDE EFFECT

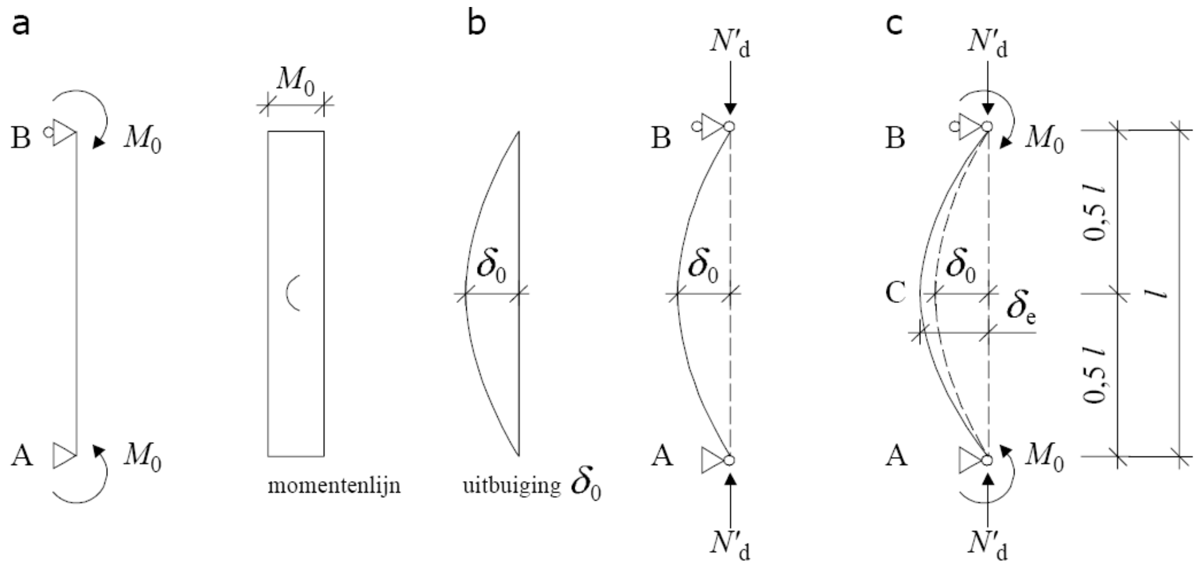
In geschoorde constructies treden geen horizontale verplaatsingen van knopen op doordat ze zijdelings gesteund zijn.

→ ‘koppen’ en ‘voeten’ van kolommen verplaatsen niet t.o.v. elkaar.

2e ORDE T.G.V. VERPLAATSTE KOLOMKOP:
(ONGESCHOORDE CONSTRUCTIE)



2e ORDE T.G.V. VERPLAATSTE TUSSENKNOOP:
(GESCHOORDE CONSTRUCTIE)



M0 is “eerste-orde”moment in de kolom t.g.v.:
M0 onstaat in het midden een uitbuiging δ0

t.g.v. δ0 en N’d onstaat een extra moment: M1= N’d·δ0

t.g.v. dit moment M1onstaat weer een extra uitbuiging δ1

hierdoor ontstaat weer een extra moment: M2 =N’d·δ1, etcetera, etcetera, etc.

Uiteindelijk ontstaat er evenwicht
(zoniet → instabiele constructie)

$$M_{eind} = M_0 + (\underbrace{M_{1+2+3+4......n}}_{2^e \text{ orde effect } (N'_d \,*\, \delta_e)})$$

$$\mathbf{M_{eind} = M_0 + N'_d * \delta_e}$$

Hierin: M0 het eerste-orde moment in de kolom
$N'_d * \delta_e$ het bijkomend oftewel het tweede-orde moment

DE LINEAIRE ELASTICITEITSTHEORIE MAG ALLEEN WORDEN TOEGEPAST VOOR KRACHTSVERDELINGEN VAN DE EERSTE ORDE !

KRACHTSVERDELING ZONDER 2^e ORDE.

HET 2^e ORDE EFFECT MAG VERWAARLOOSD WORDEN ALS HET MINDER IS DAN 10%.

- Bij kolommen en wanden in geschoorde constructies treden geen horizontale verplaatsingen van de knopen op, doordat zij zijdelings gesteund worden.
- Wel kan uitbuiging van het element zelf optreden.
- Bij niet al te slanke kolommen en bij dikke wanden

- Grootte 2e orde effect moet echter wel bepaald worden (VBC → 10% tweede-orde effect)

HET 2e ORDE EFFECT MAG VERWAARLOOSD WORDEN ALS HET MINDER IS DAN 10%.

De vergrotingsfactor voor het bepalen van de tweede-orde momenten is gelijk aan:

$n = n / (n - 1)$ **$n = N'_{cr} / N'_d$** (n = getal van Euler)

$N'_{cr} = F_E$ (eulers knikkracht) $= \pi^2 EI / l^2_c$

Als het effect hiervan kleiner dan of gelijk is aan 10%, dan geldt:

$n / (n - 1) \leq 1.1$ ofwel **$n \geq 11$ (vereenvoudigde regel)**

<u>VOORAF BEPALEN $n \geq 11$</u>

01. Bepaal de normaaldrukkracht (N'd) van de gewapende betondoorsnede
02. Bepaal de uiterste opneembare normaaldrukkracht (N'u) van de gewapende betondoorsnede.

$$N'_u = \underbrace{A_b * f'_b}_{\text{betonaandeel}} + \underbrace{A_s * f'_s}_{\text{staalaandeel (wordt verwaarloosd)}}$$

Stellen we de verhouding tussen de optredende normaaldrukkracht N'd en N'u op α_n op:

$\alpha_n = N'_d / N'_u$

dan:

$N'_d = \alpha_n (A_b f'_b) = \alpha_n\, bh\, f'_b$ **(optredende normaaldrukkracht)**

$N'_{cr} = F_E$ (eulers knikkracht) $= \pi^2 EI / l^2_{buc}$ **(uiterst opneembare normaaldrukkracht)**

EI = ???? (van de kolom)

01. I: rechthoekige doorsnede → $1/12 * b * h^3$
02.` E: $E_{fictief}$ ongunstige effecten van kruip en scheurvormingen zijn hierin verrekend.

VBC-tabel 15 (minimale waarden)

Sterkteklasse	E_f (N/mm²)
B25	3600
B35	4300
B45	5000
B55	5700
B65	6400

Niet gebruiken voor vervormingen

$$N'_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{\ell_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot E_f \cdot \frac{1}{12} bh^3}{\ell_k^2} = \frac{0{,}82 \cdot E_f \cdot bh^3}{\ell_k^2}$$

$$n = \frac{N'_{cr}}{N'_d}$$

$$\rightarrow \quad n = \frac{\dfrac{0{,}82 \cdot E_f \cdot bh^3}{\ell_k^2}}{\alpha_n \cdot bh \cdot f'_b}$$

$$\rightarrow \quad n = \frac{\dfrac{0{,}82 \cdot E_f \cdot bh^3}{\ell_k^2}}{\alpha_n \cdot bh \cdot f'_b}$$

$$n = 11$$

$$\frac{\ell_k^2}{h^2} = \frac{0{,}075 \cdot E_f}{\alpha_n \cdot f'_b}$$

stel: $\frac{\ell_k}{h} = \lambda_h$ (λ_h is "slankheid")

$$\left.\begin{aligned} \frac{\ell_k^2}{h^2} &= \frac{0{,}075 \cdot E_f}{\alpha_n \cdot f'_b} \\ \lambda_h &= \frac{\ell_k}{h} \end{aligned}\right\} \quad \lambda_h{}^2 = \frac{0{,}075 \cdot E_f}{\alpha_n \cdot f'_b}$$

$$B25 \Rightarrow E_f = 3600\,N/mm^2: \quad \lambda_h{}^2 = \frac{0{,}075 \cdot 3600}{\alpha_n \cdot 15} = \frac{18}{\alpha_n} \Rightarrow \lambda_h = \frac{4{,}2}{\sqrt{\alpha_n}}$$

$$B45 \quad \Rightarrow \quad \lambda_h = \frac{3{,}7}{\sqrt{\alpha_n}}$$

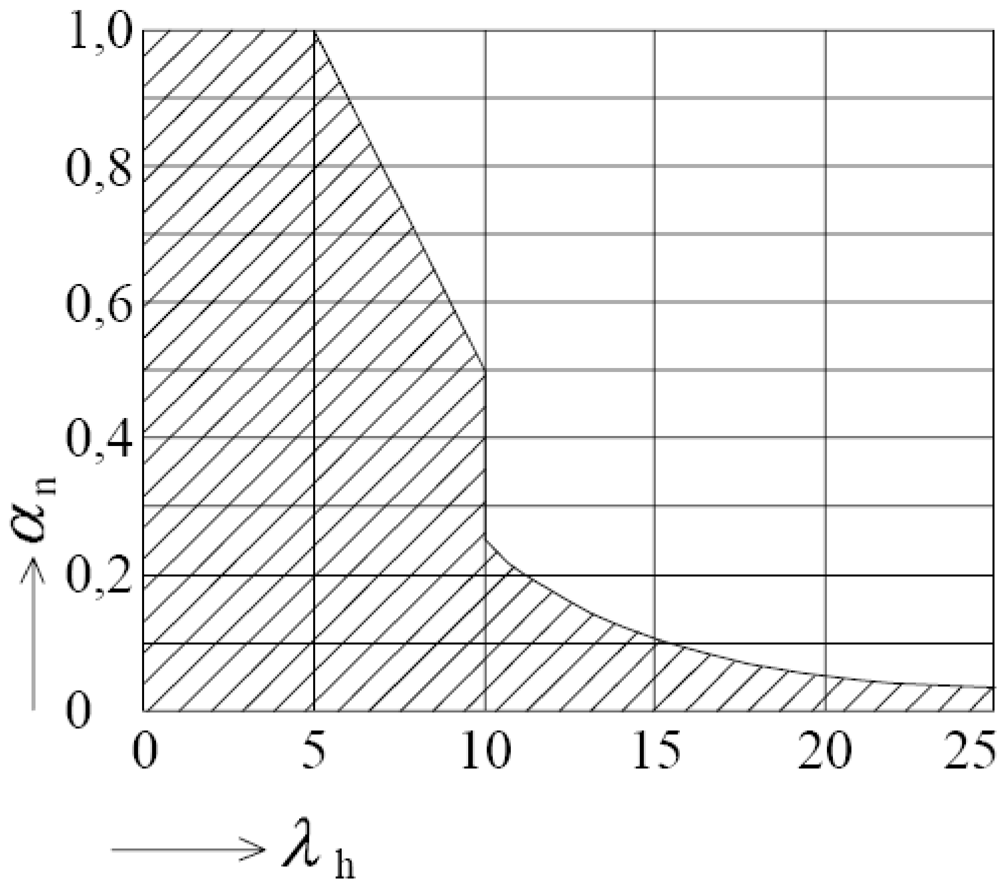
De VBC schrijft voor dat tweede-orde berekeningen achterwege gelaten mogen worden wanneer wordt voldaan aan de volgende voorwaarden:

1. $\lambda_h \leq 5 / \sqrt{\alpha_n}$ voor $\alpha_n \leq 0{,}25$
2. $\lambda_h \leq 10$ voor $0{,}25 < \alpha_n \leq 0{,}5$
3. $\lambda_h < 15 - 10\alpha_n$ voor $0{,}5 < \alpha_n \leq 1{,}0$

Voorwaarde 1: Voor lage waarden van de normaalkracht (zal voornamlijk worden gebruikt bij berekening van wanden die als kolom worden beschouwd).

Voorwaarde 2: Kolommen waarvoor globaal geldt : $\sigma'_{bmd} = N'_d/A_b \leq 0.5f'_b$
(σ'bmd gemiddelde betonddruksterkte t.g.v. rekenwaarde normaaldrukkracht incl. voorspanbelasting.)

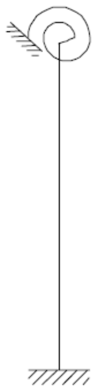
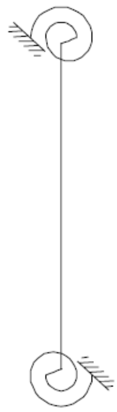
Voorwaarde 3: Zwaarder belaste kolommen



De slankheid λ_h moet worden berekend uit:

$$\lambda_h = l_c / h$$

Bepaling van de kniklengte l_c

l_c	0,5 l	0,6 l	0,7 l	0,8 l	0,9 l	1,0 l
schema						

- Verende inklemming: momentvaste verbinding tussen balk en kolom (monoliet gestort) zorgt voor de veerstijfheid.
- Aansluiting kolom op wand zorgt voor een inklemming.
- Voor h moet de hoogte van de doorsnede in de beschouwde buigingsrichting worden aangehouden.

REKENVOORBEELD #1

Gegeven:

N'_d = 1000 kN

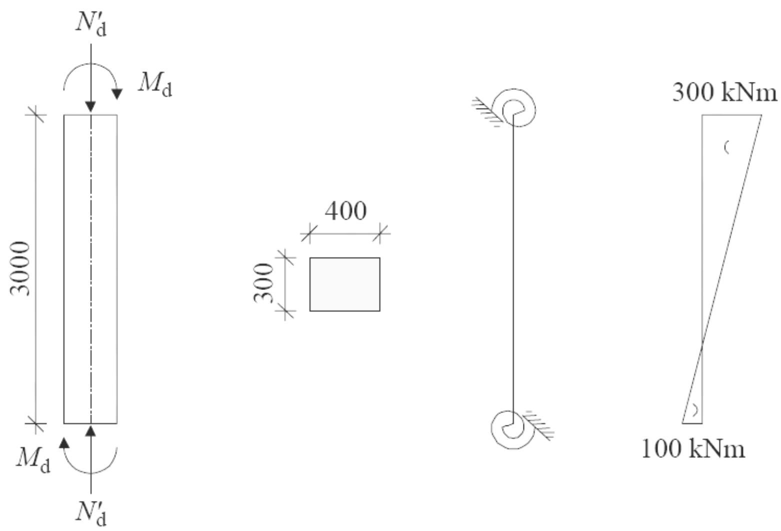
$M_{d;boven}$ = 300 kNm

$M_{d;onder}$ = 100 kNm

Beton B25

Staal FeB 500

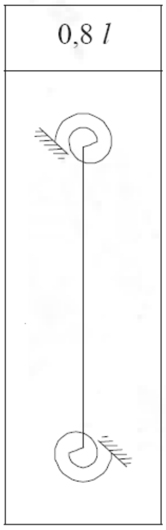
Betondekking c = 30 mm.



$$A_b = (1{,}0 \text{ à } 1{,}5)\,\frac{N'_d}{f'_b}.$$

We hebben hier te maken met relatief grote kopmomenten, zodat we kiezen voor:

$$A_b = \frac{1{,}5\,N'_d}{f'_b} = \frac{1{,}5 \cdot 1000 \cdot 10^3}{15} = 10{,}0 \cdot 10^4 \text{ mm}^2.$$



We kiezen een kolom met afmetingen b x h = 300 x 400 mm^2 ($12{,}0 \cdot 10^4$ mm^2).

2. Bepaal of een tweede-orde berekening noodzakelijk is.

$$\alpha_n = \frac{N'_d}{A_b \cdot f'_b} = \frac{1000 \cdot 10^3}{300 \cdot 400 \cdot 15} = 0{,}56;\ \alpha_n > 0{,}5.$$

Vervolgens bepalen we de factor λ_h behorende bij $\alpha_n = 0{,}56$:
$\lambda_h = 15 - 10\,\alpha_n = 15 - 10 \cdot 0{,}56 = 9{,}4.$

De aanwezige slankheid is: $\lambda_h = \dfrac{l_c}{h} = \dfrac{0{,}8 \cdot 3000}{400} = 6{,}0 < 9{,}4.$

Dit betekent dat de krachtsverdeling zonder tweede-orde mag worden bepaald.

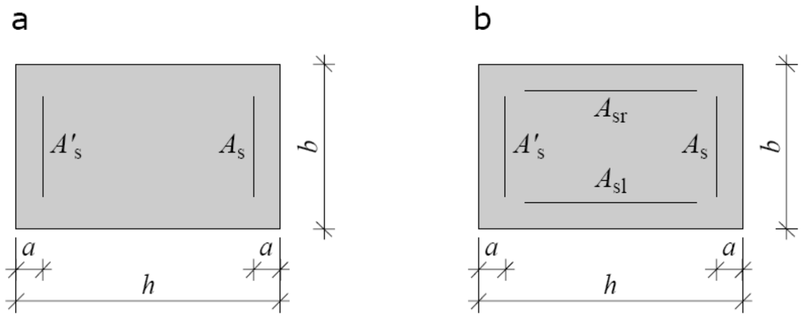
Dimensioneren van de wapening.

- Voor het berekenen van wapening in wanden en/of kolommen kan gebruik gemaakt worden van tabellen.

- In de GTB zijn verschillende grafieken opgenomen waar op eenvoudige wijze de wapening kan worden bepaald.

- Berekening wapening is altijd de totale wapening van de gehele doorsnede.

Verschil tussen twee- en vierzijdig wapenen



- Tweezijdig: - grote e en een relatief kleine N'_d

  $A_s = A'_s = 0{,}5 \cdot A_{st}$

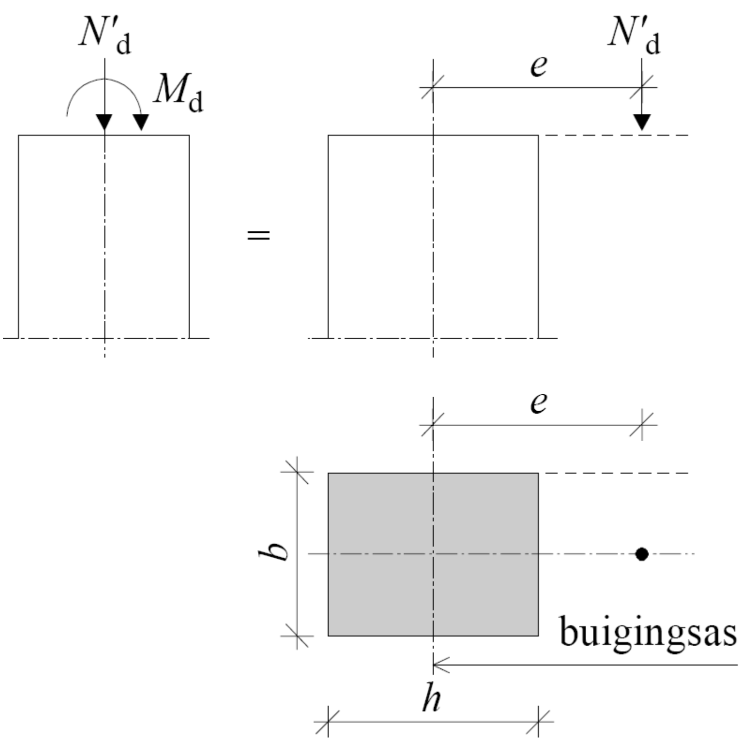
- Vierzijdig: - kleine e en een relatief grote N'_d

  $A_s = A'_s = A_{sr} = A_{sl} = 0{,}25 \cdot A_{st}$

  - dubbele buiging

Begrip excentriciteit

$e = M_d / N'_d$



e_0 is de beginexcentriciteit, eerste-orde

e_t is de totale excentriciteit <u>inclusief</u> het tweede-orde aandeel.

Omdat in dit geval het 2^e orde aandeel verwaarloosd mag worden (het effect hier is minder dan 10%) geldt:

$$e_t = e_0$$

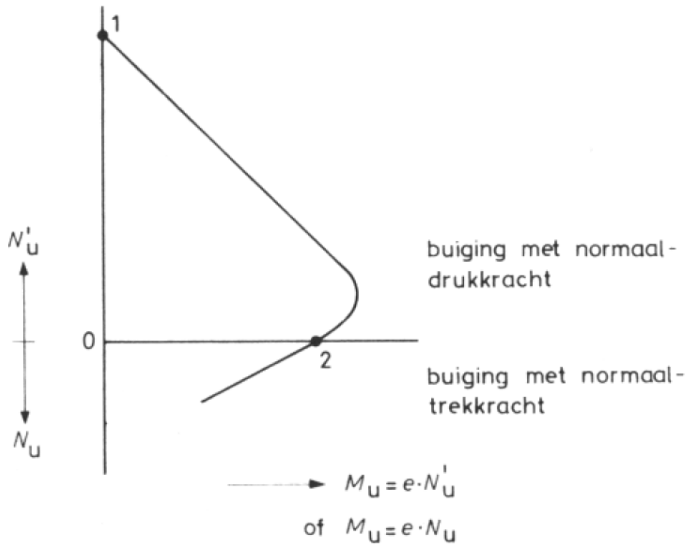
minimale excentriciteit:

- $e_0 \geq l / 300$ en ≥ 10 mm. → i.v.m. afwijkingen zoals bijv. toleranties op scheefstand.

- $e_t \geq h / 10$ ($M_d \nless 0{,}1h \cdot N'_d$) → om overschatting van het draagvermogen te voorkomen door centrische of nagenoeg centrische belasting.

Gebruik GTB-tabel

VERBAND TUSSEN M_u EN N'_u



- Verticale as: $\dfrac{N'_b}{f'_b \cdot A_b}$

-Horizontale as: $\dfrac{N'_b}{f'_b \cdot A_b} \cdot \dfrac{e_t}{h}$

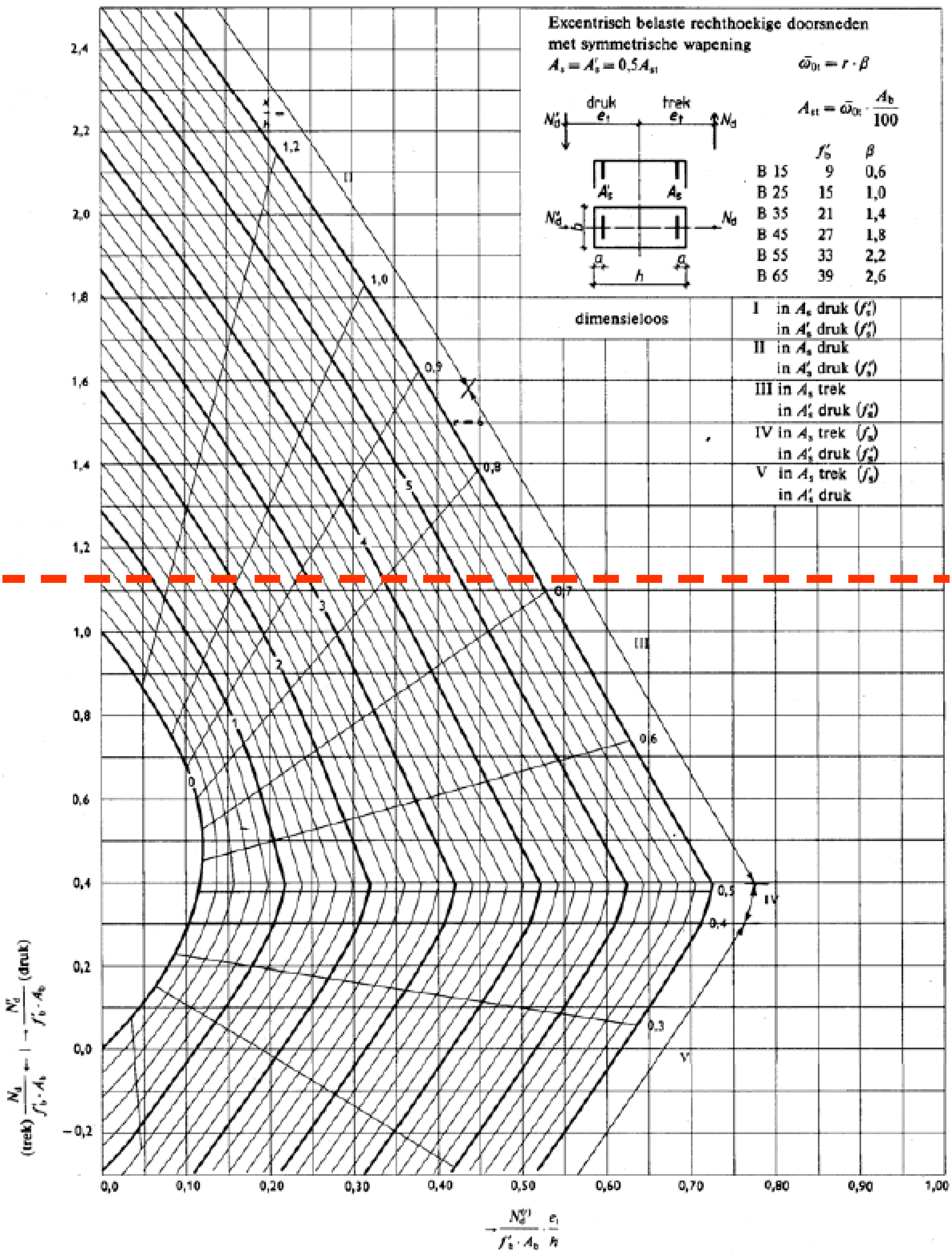
a = afstand van het zwaartepunt van wapening tot het betonoppervlak

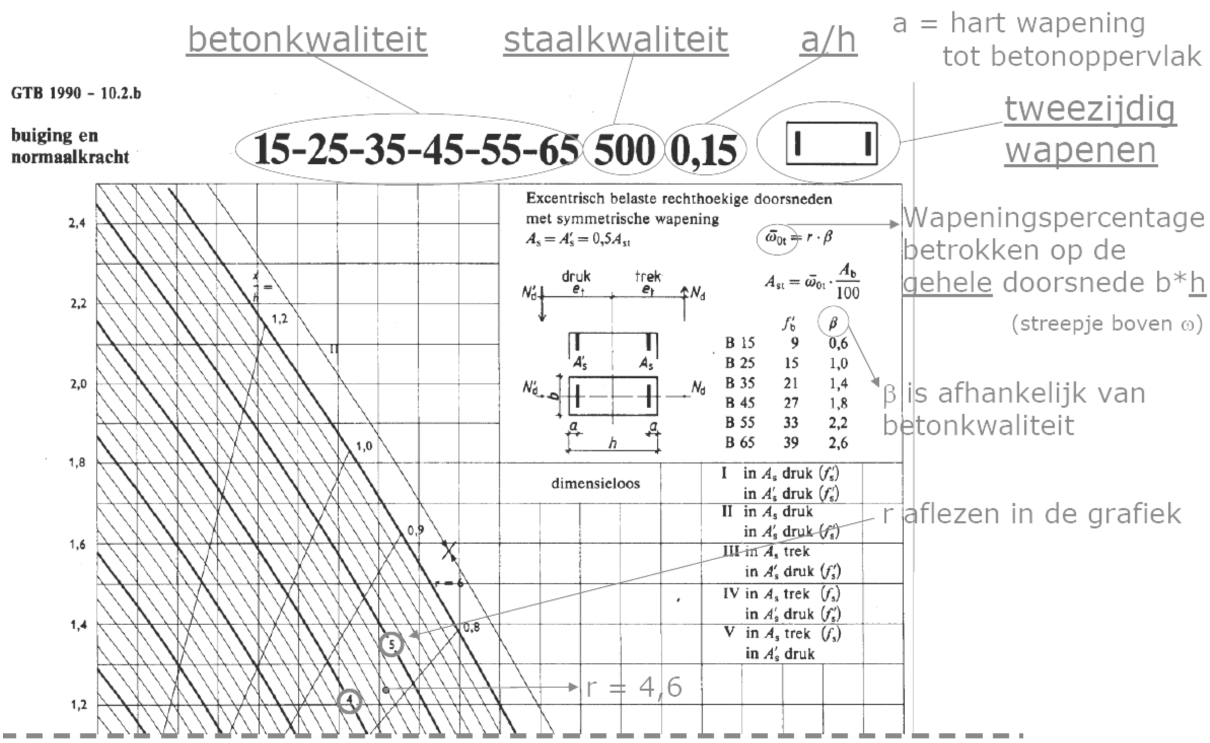
β = factor t.b.v. betonsterkteklasse

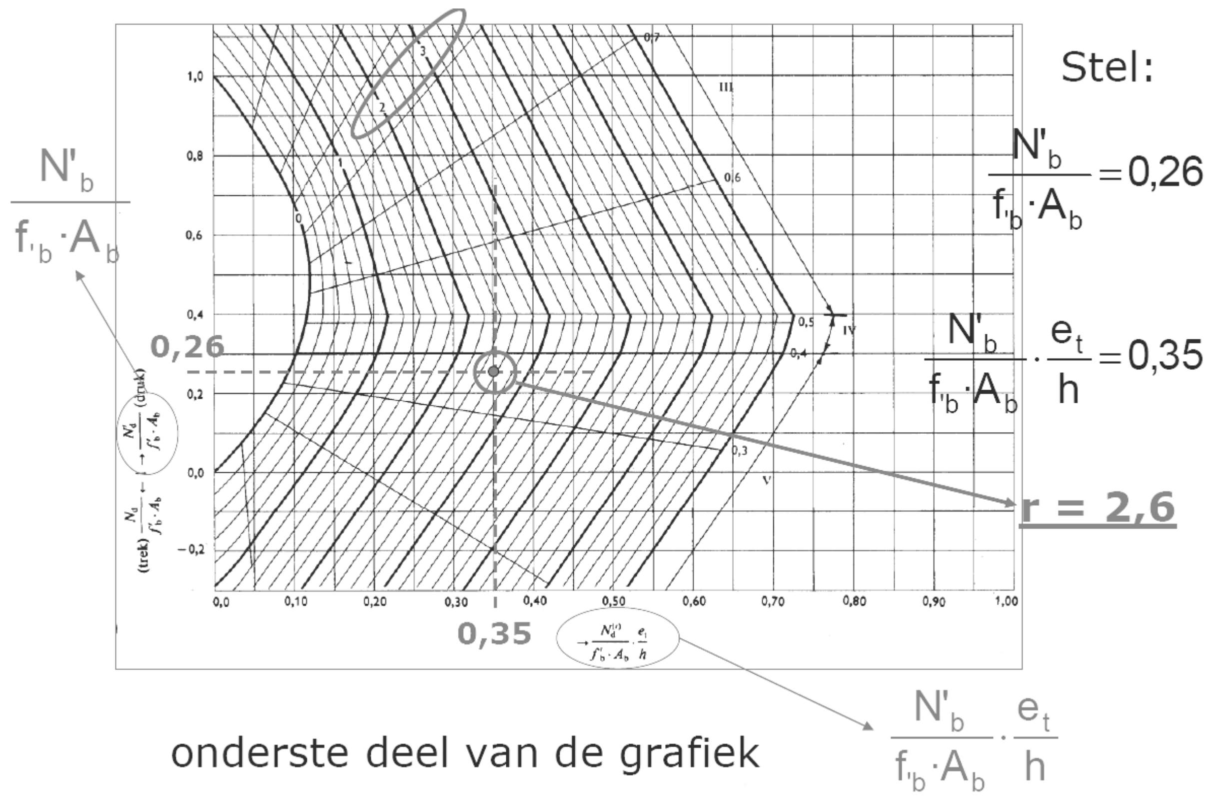
GTB 1990 – 10.2.b

buiging en normaalkracht

15-25-35-45-55-65 500 0,15







onderste deel van de grafiek

VERVOLG REKENVOORBEELD #1 (wapening bepalen)

$e_0 = \dfrac{M_d}{N'_d}$, zodat:

$$e_{0\,\text{boven}} = \frac{300 \cdot 10^6}{1000 \cdot 10^3} = 300 \text{ mm en}$$

$$e_{0\,\text{onder}} = \frac{100 \cdot 10^6}{1000 \cdot 10^3} = 100 \text{ mm.}$$

Voor e_0 moet de grootste excentriciteit over de hoogte van de kolom worden aangehouden, zodat geldt: $e_0 = 300$ mm. Verder geldt:

$e_{0\,\min} \geq \dfrac{l}{300} = \dfrac{3000}{300} = 10 \text{ mm} \nless 10$ mm, zodat $e_0 = 300$ mm moet worden aangehouden.

Daar er geen tweede-orde krachtsverdeling behoeft te worden toegepast, geldt:
$e_t = e_0 = 300$ mm. Nu moeten we ook de ondergrenswaarde van e_t toetsen.
$e_t \geq 0{,}10\,h = 0{,}10 \cdot 400 = 40$ mm.
Conclusie: $e_t = e_0 = 300$ mm.

Bereken de factoren: a/h $\qquad \dfrac{N'_b}{f'_b \cdot A_b} \qquad \dfrac{N'_b}{f'_b \cdot A_b} \cdot \dfrac{e_t}{h}$

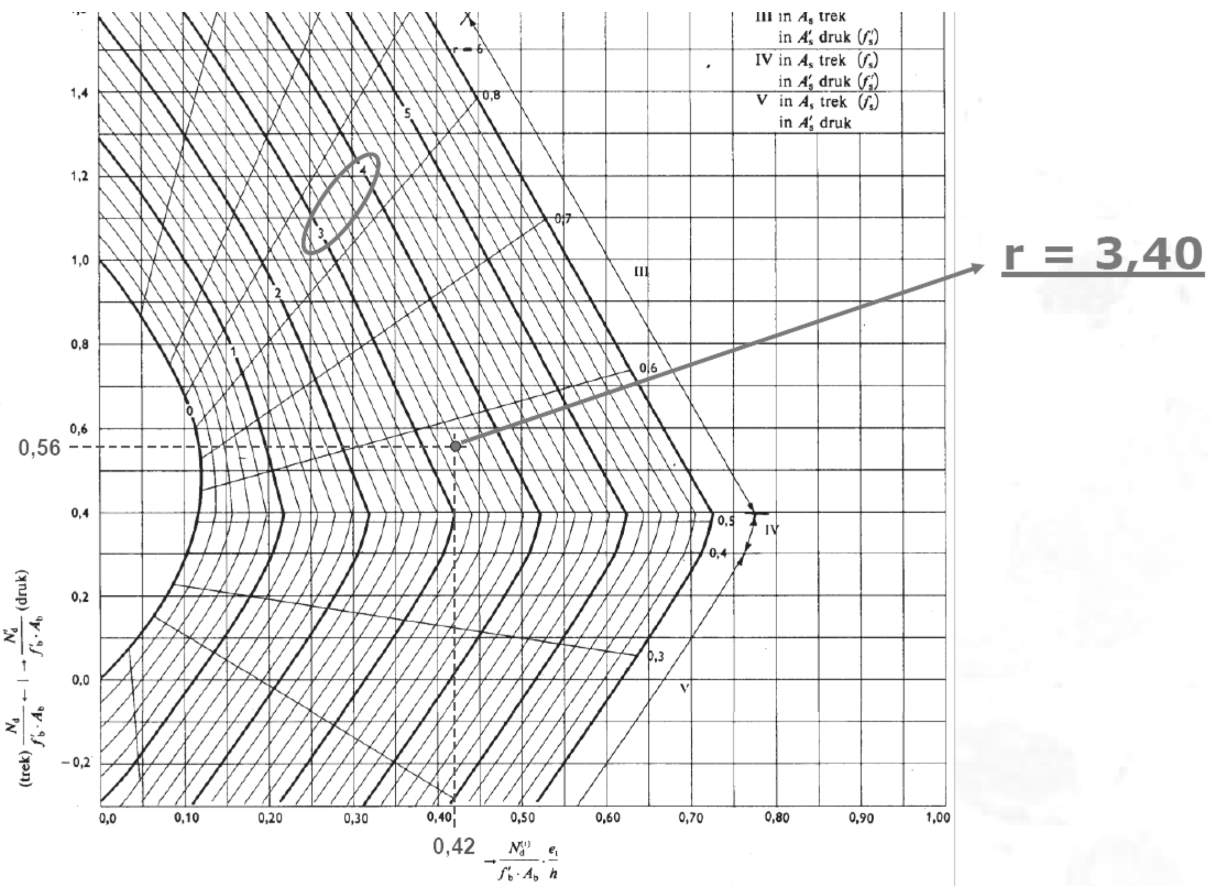
Om deze factoren te kunnen bepalen, moeten we eerst de kenmiddellijnen van de kô-lomwapening schatten. We kiezen voor hoofdwapening ∅ 20 en beugels ∅ 10.
$a = c + \varnothing_{\text{beugel}} + \frac{1}{2}\,\varnothing_{\text{hw}} = 30 + 10 + 10 = 50$ mm.

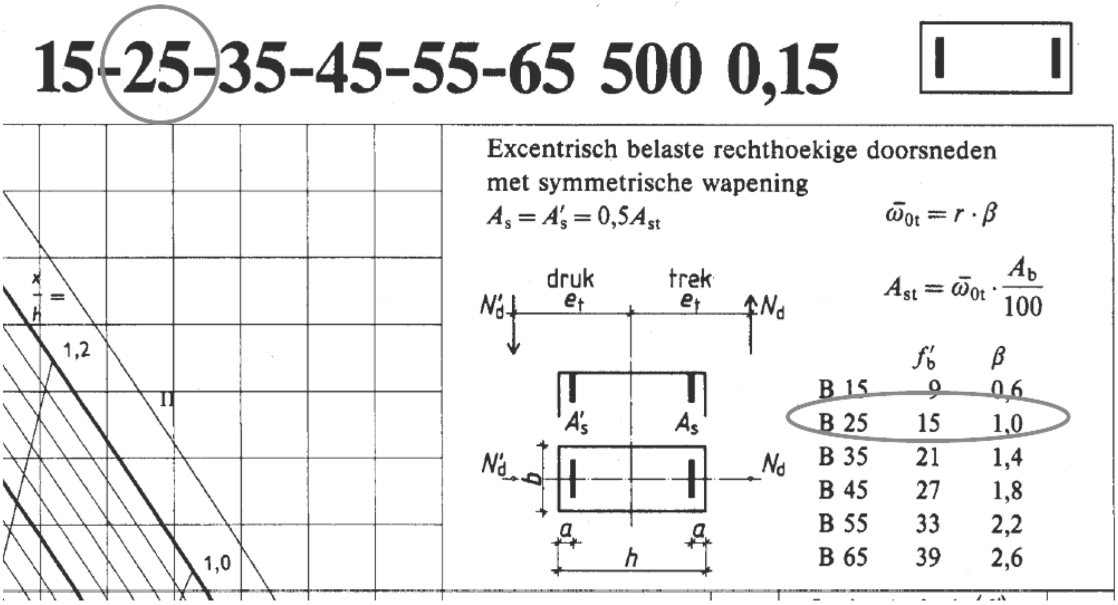
$a/h = 50/400 = 0{,}125$; kies tabel $a/h = 0{,}15$ (eigenlijk moet je interpoleren tussen 0,10 en 0,15. Dit wordt in de praktijk zelden gedaan; de ongunstigste tabel wordt aangehouden).

$$\frac{N'_d}{f'_b A_b} = \frac{1000 \cdot 10^3}{15 \cdot 300 \cdot 400} = 0{,}56;$$

$$\frac{N'_d}{f'_b A_b} \cdot \frac{e_t}{h} = 0{,}56 \cdot \frac{300}{400} = 0{,}42.$$

5. Kies twee- of vierzijdige wapening, zoek de juiste GTB-grafiek en bepaal de wapening. Vanwege de grote excentriciteit wordt gekozen voor tweezijdige wapening, zodat we gebruik kunnen maken van de GTB-grafiek uit figuur 19.10.





$\varpi_{0t} = r \cdot \beta \quad \rightarrow \quad 3{,}40 \cdot 1{,}0 = 3{,}40\%$

$A_{st} = \varpi_{0t} \cdot b \cdot h \cdot 10^{-2} \rightarrow 3{,}40 \cdot 400 \cdot 300 \cdot 10^{-2} = 4080 \text{ mm}^2$

$A'_s = A_s = 0{,}5 * 4080 = 2040 \text{ mm}^2$ (per zijde!!!)

•In feite moet ook loodrecht op de buigingsrichting gecontroleerd worden

•De wapening ligt bij tweezijdig wapenen niet in die richting, terwijl de kolom in die richting vaak veel slanker is.

•Omdat loodrecht op de buigingsrichting geen wapening aanwezig is, kan de kolom t.p.v. de aansluitingen (kop en voet) geen momenten opnemen. Dus de kolom uitrekenen als een pendelstaaf → $\ell_{knik} = \ell_{systeem} = 3000$ mm.

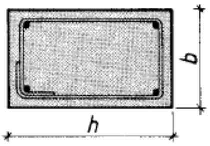
•Voor e_t de minimale waarden aanhouden

$e_0 \geq \ell/300$ en ≥ 10 mm. (scheefstand en tolerantie)

GTB 1990 – 15.6

detaillering • **kolommen**

Afmetingen
(VBC – 9.1.6)



Algemeen: $b \geq 200$ mm; $h \geq 200$ mm.
Vooraf vervaardigde, horizontaal gestorte kolommen:
$b \geq 150$ mm; $h \geq 150$ mm.

Minimale wapening
(zie ook 14.5)

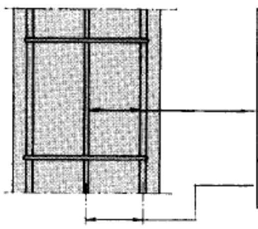
Minimale kenmiddellijn (VBC – 9.9.1)

staafbestemming	FeB 500	FeB 500 gepuntlaste wapeningsnetten en bijlegstaven
langsstaven	10	8
beugels	5; bovendien $\geq \frac{1}{4}\ ⌀_k$ dikste langsstaaf	

Maximale wapening
(VBC – 9.11.5.1)

Maximaal wapeningspercentage: 4% van bruto betondoorsnede A_b
idem zonder overlappingslassen: 8% van bruto betondoorsnede A_b

Betonstaalwapening *(VBC – 9.11.5)*
Langswapening



langsstaven in alle hoeken
≥ 30 mm, $\geq$ grootste $⌀_k$ $\geq \frac{4}{3} D$ $\geq \frac{2}{3} D$ bij overlappingslassen
≤ 300 mm h.o.h.

Beugels of haarspelden
- aanbrengen over gehele lengte
- afstand h.o.h. $\leq 20\ ⌀_k$ dunste hoofdwapeningsstaaf

Voor het minimale wapeningspercentage moet worden aangehouden:

$\omega_{0t\ min} = 0{,}3$ %

REKENVOORBEELD #2

Stel: ontwerp een kolom die een centrische belasting moet kunnen opnemen van 3000 kN.

Uitgangspunten:

- B25
- FeB500
- a = 75 mm.   (hart wapening tot betonoppervlak)

UITWERKING:

Heeft het 2e-orde effect invloed op deze kolom?

Oplossing: indien $\lambda_{h;aanwezig} \leqslant \lambda_{h;2e\text{-}orde\ grens}$ is de invloed van het 2e-orde effect verwaarloosbaar

→ effect is ≤ 10% ofwel $n \geqslant 11$

Bepaal A_{kolom} en α_n

$$A_{kolom} = (1{,}0 \text{ à } 1{,}5) \cdot \frac{N'_d}{f'_b}$$

Kies vanwege kleine ‘e’ een factor 1,25

f'_b voor B25 is 15 N/mm²

$$A_{kolom} = 1{,}25 \cdot \frac{3000 \cdot 10^3}{15} = 250.000\,mm^2$$

Een andere factor kan ook. Kies je voor een nog lagere factor en blijkt later dat er erg veel wapening in moet, kun je alsnog de dimensie aanpassen en opnieuw de berekening uitvoeren.

Omdat de kolom in beide richtingen gelijk belast wordt (centrische belasting) kiezen we voor een vierkante kolom.

A_{kolom} = 250.000 mm²

→ b * h = 500 * 500 mm²

Bepaal de verhouding α_n tussen aanwezige normaal-drukkracht N'_d en de uiterst opneembare normaal-drukkracht N'_u

$$\alpha_n = \frac{N'_d}{N'_u}$$

$$\alpha_n = \frac{N'_d}{N'_u} = \frac{N'_d}{A_b \cdot f'_b} = \frac{3000 \cdot 10^3}{500 * 500 * 15} = 0{,}8$$

Controleer α_n met de voorwaarden:

1. $\lambda_h \leq 5 / \sqrt{\alpha_n}$ voor $\alpha_n \leq 0{,}25$
2. $\lambda_h \leq 10$ voor $0{,}25 < \alpha_n \leq 0{,}5$
3. $\lambda_h < 15 - 10\alpha_n$ voor $0{,}5 < \alpha_n \leq 1{,}0$

→ voorwaarde 3 → $\lambda_h < 15 - 10 \cdot 0{,}8 = 7{,}0$

Dus, als de werkelijke slankheid van de kolom $\leqslant 7{,}0$ wordt voldaan aan de voorwaarde dat het effect van de 2^e-orde minder dan 10% is en mag worden verwaarloosd.

Wat te doen als niet wordt voldaan:

- het 2^e-orde effect meenemen in de berekening. Dit kan dan middels een toeslagexentriciteit e_c toe te voegen aan de 1^e-orde exentriciteit e_0:

  totale exentriciteit $e_t = e_0 + e_c$

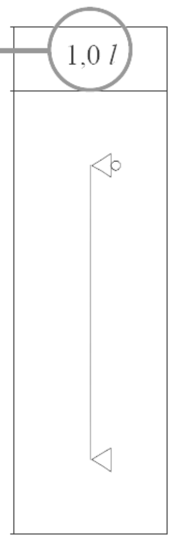
- aanpassen van de materiaalgegevens zodat λ_h weer voldoet:

  ✓ Betonsterkteklasse aanpassen

  ✓ Afmeting kolom aanpassen

VERVOLG VOORBEELDBEREKENING #2:

kniklengte



Aanwezige slankheid:

$$\lambda_h = \frac{\ell_k}{h} = \frac{1{,}0 \cdot 3600}{500} = 7{,}2 > 7{,}0$$

voldoet niet

Oplossing: betonkwaliteit verhogen van B25 naar B35

B35 → $f'_b = 21\ N/mm^2$

$$\alpha_n = \frac{N'_d}{N'_u} = \frac{N'_d}{A_b \cdot f'_b} = \frac{3000 \cdot 10^3}{500 * 500 * 21} = 0{,}57$$

Controleer α_n met de voorwaarden:

→ voorwaarde 3 → $\lambda_h < 15 - 10 \cdot 0{,}57 = 9{,}3$

De aanwezige slankheid blijft onveranderd: $\lambda_h = 7{,}2$

$7{,}2 < 9{,}3$ → voldoet

Wapening berekenen:

N'd = 3000 kN

Md = 0 (pendelstaaf, geen moment aanwezig)

$$e_0 = \frac{M_d}{N'_d} \quad \text{met } M_d = 0 \ \rightarrow \ e_0 = 0$$

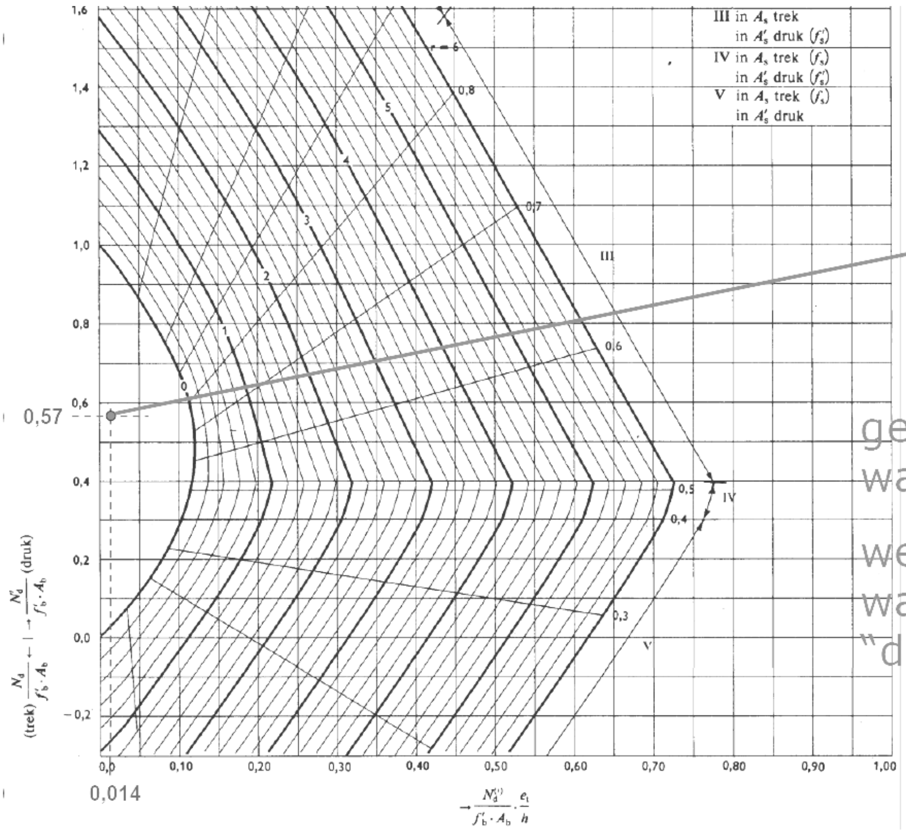
Minimale waarden voor e_0 toepassen:

$$\left.\begin{array}{ll} e_0 \geq \ell / 300 \rightarrow & 3600 / 300 = 12 \text{ mm.} \\ e_0 \geq 10 \text{ mm.} & \end{array}\right\} \text{12 mm. is maatgevend}$$

$$\frac{a}{h} \rightarrow (\text{a is gegeven}) \rightarrow \frac{75}{500} = 0{,}15$$

$$\text{vert. as}: \quad \frac{N'_b}{f'_b \cdot A_b} \rightarrow \frac{3000 \cdot 10^3}{21 \cdot 500^2} = 0{,}57$$

$$\text{hor. as}: \quad \frac{N'_b}{f'_b \cdot A_b} \cdot \frac{e_t}{h} \rightarrow 0{,}57 \times \frac{12}{500} = 0{,}0136$$



r = 0

geen berekende wapening nodig

wel minimale wapening → zie "detaillering"