

3

De laterale stijfheid van gebouwen

1. Oorsprong van horizontale krachtwervingen op een gebouw

Bouwkundige constructies moeten niet alleen de gravitaire krachten die resulteren uit het eigen gewicht van de gebruikte constructiematerialen en afwerkingselementen en uit de aanwezigheid van nuttige vloerbelastingen naar de fundering kanaliseren; ze staan tevens bloot aan de inwerking van horizontale krachten waarvan de oorsprong van zeer uiteenlopende aard kan zijn. Als voornaamste bronnen van horizontale krachten vermelden we:

- windbelasting op gevels en daken;
- aardbevingen waarbij de geïnduceerde versnellingen in horizontale richting blijkens het beginsel van D'Alembert traagheidskrachten opwekken waartegen de constructie bestand moet zijn;
- gronddrukken op bijvoorbeeld kelderwanden;
- belemmerde thermische vervormingen (rekken en krommingen) door een verschil in dilatatiecoëfficiënten van uiteenlopende materialen of door de constructieve opvatting van het draagsysteem;¹
- effecten van krimp en kruip bij betonnen constructies;
- spatkrachten bij bogen en kabels;
- het zogeheten P-Δ effect bij raamwerken, o.a. te wijten aan scheefstand;²
- de montage...

In dit hoofdstuk wordt nader ingegaan op de wijze de constructieve elementen in een ruimtelijk samenspel de nodige weerstand tegen laterale inwerkingen bieden.

2. De stijfheid van een wand en de schijf- of diafragmawerking van een vloerplaat

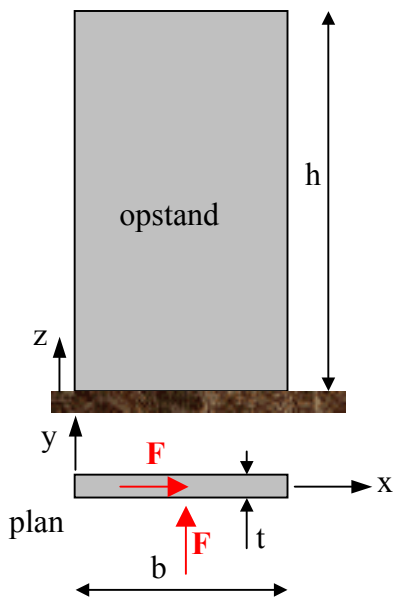
Betrekkelijk hoge en dunne wanden van metselwerk of gewapend beton bezitten een grote stijfheid in hun vlak maar tegelijkertijd zijn ze zeer buigzaam haaks op hun vlak. We beschrijven in de figuur 1 een slanke vrijstaande wand met hoogte h , breedte b en dikte t die onderaan ingeklemd is en die bij onderstelling gemaakt is van een homogeen en isotroop materiaal met elasticiteitsmodulus E . Hij wordt bovenaan onderworpen aan twee even grote horizontale krachten F respectievelijk gelegen in en haaks op zijn vlak. Eerstgenoemde brengt

teweeg: de uitbuiging in de x -richting aan de top $u_x = \frac{F \cdot h^3}{3 \cdot E \cdot \frac{t \cdot b^3}{12}}$ en de extremale buigspan-

ningen $\sigma_{z1} = \frac{F \cdot h}{\frac{t \cdot b^2}{6}}$ aan de voet. De kracht haaks op het vlak van de wand veroorzaakt de uit-

¹ Eenvoudige voorbeelden kwamen ter sprake in de hoofdstukken *Evenwicht van de vervormbare constructie en van haar onderdelen* en *Bogen en boogconstructies* van het opleidingsonderdeel *Berekening van Bouwkundige Constructies I*.

² Wij verwijzen in dit verband naar het hoofdstuk *Algemene sterkte- en stijfheidsvoorwaarden* uit *Berekening van Bouwkundige Constructies I*.



Figuur 1

buiging aan de top in de y -richting $u_y = \frac{F \cdot h^3}{3 \cdot E \cdot \frac{b \cdot t^3}{12}}$ en

de extreme, verticale buigspanningen aan de voet $\sigma_{z2} = \frac{F \cdot h}{\frac{b \cdot t^2}{6}}$.

Doorgaans is de dikte van een wand vele malen kleiner dan de breedte en is de verhouding $\alpha = b/t$ een groot getal. Om de gedachten te vestigen nemen we een wandbreedte $b = 300$ cm en een wanddikte van 15 cm zodat $\alpha = 300/15 = 20$. De verhouding van de uitwijkingen in de y - en in de x -richting $\frac{u_y}{u_x} = \left(\frac{b}{t}\right)^2 = \alpha^2 = 400$ en deze van de span-

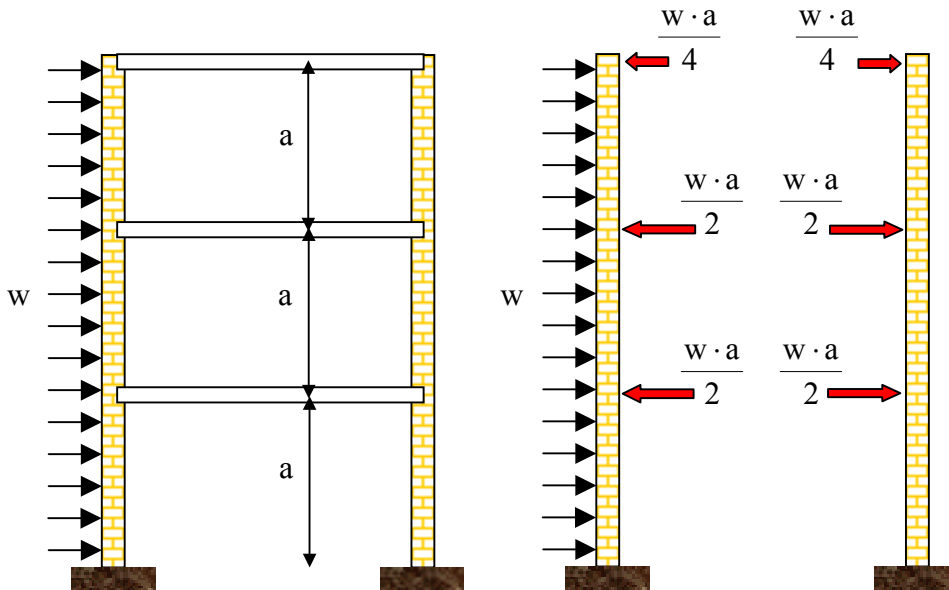
nningen veroorzaakt door de overdwarse kracht ten opzichte van deze door de overlangse kracht

$\frac{\sigma_{z2}}{\sigma_{z1}} = \left(\frac{b}{t}\right) = \alpha = 20$ tonen aan dat de wand bijzonder doelmatig is om horizontale krachten in

zijn vlak te weerstaan en volstrekt ongeschikt is om belangrijke overdwarse krachten het hoofd te bieden. In feite moet de hierboven besproken wand in overdwarse richting geschoord worden. De lezer zal ongetwijfeld opmerken dat muren in metselwerk nauwelijks treksterkte hebben en dat de buiging in het vlak van de wand het materiaal ook aan trekspanningen onderwerpt. Dat is waar, maar van de andere kant mag men niet vergeten dat gemetselde wanden of muren vaak een primaire dragende functie te vervullen hebben, dat ze met andere woorden door hun eigen gewicht en van dat van de vloeren die erop rusten als het ware op een natuurlijke wijze voorgespannen worden, waardoor in verticale richting drukspanningen ontstaan die bij een goed ontwerp voornoemde trekspanningen ruimschoots compenseren.

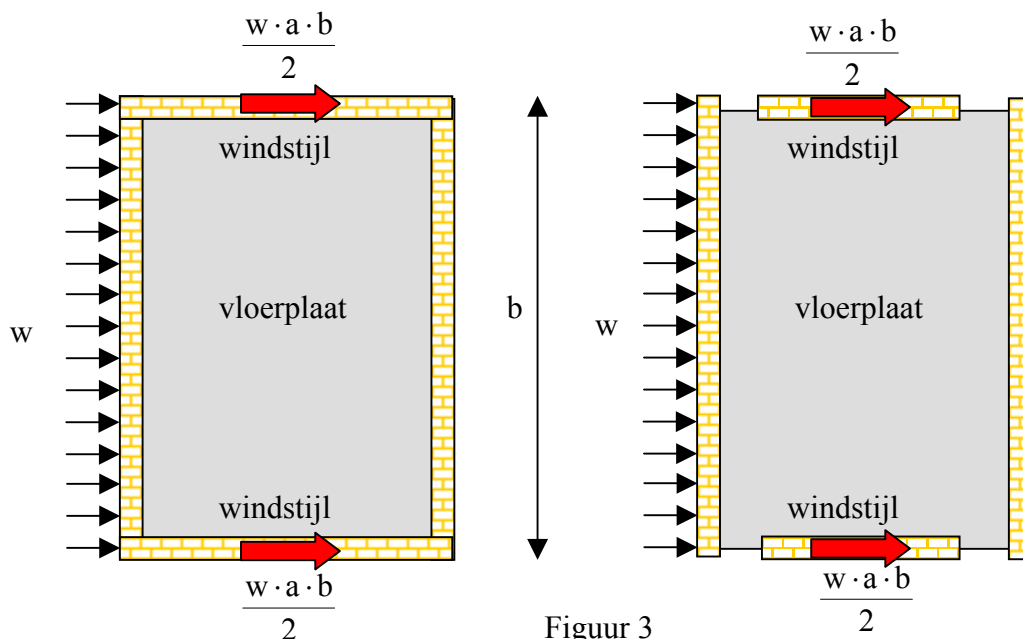
De horizontale krachten die loodrecht op de wand inwerken, worden overbracht naar één of meerdere vloeren bijvoorbeeld van monolithisch gewapend beton of gemengd staalbeton. Deze zijn bijzonder stijf in hun vlak en kunnen als een schijf of *diafragma* gemakkelijk belangrijke krachten overbrengen. Tezamen met de plaatwerking – waarbij de vloer door buiging en wringing belastingen haaks op zijn vlak weerstaat – vormt de *diafragmawerking* de primaire dragende functie van vloeren.

In het schema in figuur 2 rusten drie vloeren op twee, evenwijdig met elkaar geplaatste muren. We onderstellen dat de zijdelingse krachten w door de wind teweeggebracht worden en dat ze gelijkmatig verdeeld zijn over de hoogte. Door de aanwezigheid van de stijve vloeren zijn de uitbuigingslijnen van beide wanden ten naaste bij identiek, waardoor de windkrachten voor de helft door de voorste en voor de helft door de achterste wand moeten opgenomen worden. De rechterhelft van de figuur 2 toont de belastingen – per meter haaks op het vlak van de tekening - van elke wand. Uit het bovenstaande volgt evenwel dat deze uitbuigingen (te) groot zullen zijn en het voorgestelde schema is derhalve constructief niet goed.



Figuur 2

De situatie verandert drastisch wanneer verticale windstijlen aangebracht worden haaks op het vlak van de rechtstreeks blootgestelde wand, zoals de plattegrond in figuur 3, getekend ter hoogte van het 1^{ste} of het 2^{de} vloerniveau, duidelijk maakt. Het is alweer te danken aan de diafragmawerking van de vloeren dat de uitbuigingslijnen van deze windstijlen in hun vlak net eender zijn en dat de totale windbelasting voor de helft in de voorste en voor de helft in de achterste windstijl opgenomen worden. Vermits de windschoren in hun vlak belast worden kan het opnemen van de krachten probleemloos geschieden. Eigenlijk worden horizontale krachten als schuifkrachten in de dwarschotten opgenomen. Het is derhalve niet verwonderlijk dat men in de Engelse vakliteratuur vaak over “shear walls” praat.



Figuur 3

De rechtstreeks aan de wind blootgestelde frontwand wordt door de vloeren afdoende gesteund, waardoor de buiging eerder gering is. De buigende momenten zijn voor een wandmoot van 1 meter breed van de orde van grootte $\frac{w \cdot a^2}{8}$ terwijl ze in figuur 2 ter hoogte van de voeting oplopen tot $\frac{w \cdot (3a)^2}{2}$, wat ongeveer 40 maal groter is. Merk op dat de windstijlen zich uitstrekken van de wand aan de loefzijde tot de wand aan de luwzijde. Strikt genomen hoeft zulks niet; op gebied van laterale stijfheid is de schikking in de rechterhelft van figuur 3 even doelmatig.

Het spreekt voor zich dat we de redenering kunnen hernemen voor een windrichting die evenwijdig is aan de wanden met de breedte b in de figuur 3. In dat geval vervullen laatstgenoemde de rol van windschoren voor de kortere wanden haaks op de windrichting.

3. Soorten verbanden

3.1. Massiefbouw

Het inleidende voorbeeld in de vorige paragraaf is typisch ontleend aan de “massiefbouw” waar de verticale en horizontale krachten door volle muren opgenomen worden en die vandaag nog volop toepassing vindt in de lage woningbouw. Er bestaan evenwel gebouwen met dragende bakstenen muren, zonder betonnen of stalen geraamte, die 10 à 20 verdiepingen tellen en die een hoogte van 63 m bereiken. Dergelijke gebouwen zijn technisch alleen mogelijk indien:

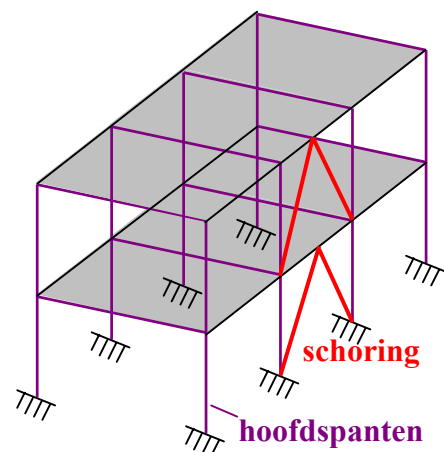
- de bakstenen, de mortel en de uitvoering uitmuntend zijn en het toezicht op de totstandkoming in alle opzichten streng is;
- alle muren dragend zijn, met uitzondering van eventuele spouwmuren in de buitenwand, en over de volle gebouwhoogte loodrecht doorlopen zodat zij allemaal bijdragen tot het opnemen van de windbelasting;
- alle vloeren van monolithisch gewapend beton zijn en doorlopen over alle muren;
- er in de plattegrond geen lange, rechte muurgedeelten voorkomen die niet door dwarsmuren geschoord zijn.

Het bouwwerk moet dus ontworpen worden als een doos die in alle richtingen verstijfd wordt door verticale en horizontale schotten.

3.2. Skeletbouw

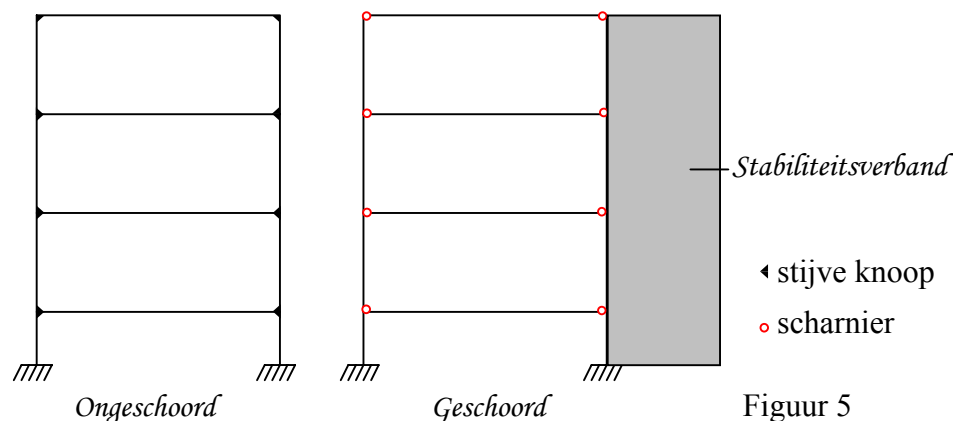
3.2.1. Ongeschoorde raamwerken

Mettertijd heeft de skeletbouw gaandeweg de massiefbouw verdrongen. Het navolgende belicht in hoofdzaak principes die gelden voor skeletbouw, alhoewel men een aantal van die grondbeginselen op de massieve bouwwijzen kan betrekken.



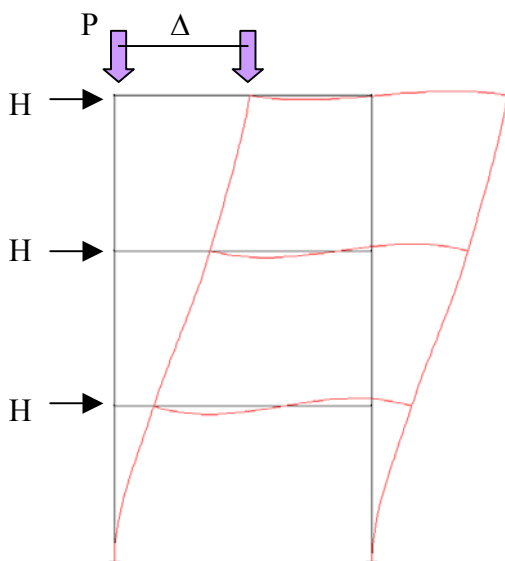
Figuur 4

Gewoonlijk bestaat het betonnen of stalen geraamte van een gebouw uit een aantal evenwijdige vlakke raamwerken, de hoofdspanten in figuur 4, waarvan de kolommen en de balken buigstijf met elkaar verbonden zijn. Deze zijn onderling gekoppeld door kinderbinten en door vloeren en wanden. Eigenlijk gedragen de spanten en hun koppelingen zich als een ruimtelijk geheel, maar in de praktijk berekent men de krachtenverdeling in ieder spant als in een afzonderlijke tweedimensionale constructie, die haar belasting ten dele ontvangt van de balken, vloeren en wanden tussen de balken. In zeldzame gevallen zijn alle balken van het balkenrooster in beide richtingen stijf met de kolommen verbonden en is het daardoor ontstane ruimtelijke raamwerk autostabiel in alle richtingen. In de meeste gevallen is dat niet zo en is een schoring loodrecht op de hoofdspanten nodig.



Figuur 5

Ongeschoorde spanten (fig. 5, links) ontlene hun bestandheid tegen horizontale krachswerkingen en hun algemene stabiliteit uitsluitend aan de stijfheid van de knopen en aan de buigstijfheid van hun staven, en mogelijk in een bijkomstige mate aan wanden die niet met dat doel worden gemaakt of ontworpen. In het onderhavige hoofdstuk begrijpen we een raamwerk met stijve knopen tevens als één van de mogelijke stabiliteitsverbanden.



Figuur 6

De kniklengte van de kolommen is bij ongeschoorde raamwerken altijd groter dan de verdiepingshoogte en bedraagt gewoonlijk 1,5 à 2 keer de verdiepingshoogte. Dit is vanzelfsprekend nadelig met betrekking tot de dimensionering.

Ten gevolge van de directe inwerking van horizontale krachten in hun vlak buigen de kolommen uit. Doordat de werklijn van de gravitaire belasting meebeweegt met de verplaatsingen van het spant, ontstaan bijkomende buigende momenten en inklemmingskoppels die nog in de hand gewerkt worden doordat de kolommen niet in het lood staan. De raamwerken moeten tegen dit secundair, maar niettemin belangrijke effect, dat men het P - Δ effect heet en waarmee we reeds ken-

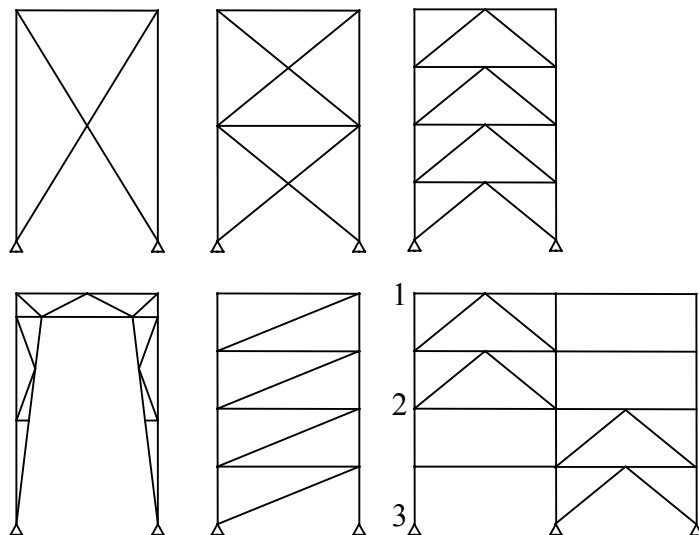
nis gemaakt hebben in het hoofdstuk *Algemene Sterkte- en Stijfheidsvoorwaarden van Berekening van Bouwkundige Constructies I*, bestand zijn.

Om economische redenen zijn gebouwen met ongeschoorde raamwerken uitzonderlijk hoger dan 20 verdiepingen omdat hun zijdelingse stijfheid ontoereikend wordt.

3.2.2 Geschoorde raamwerken

Indien de architect van een gebouw er tijdig op bedacht is, kan hij het draagsysteem meestal gemakkelijk en vooral als het hoog is, aanmerkelijk economischer ontwerpen met een geschoord geraamte (fig. 5, rechts), met constructiedelen die toch noodzakelijk zijn en die niet of nauwelijks meer kosten wanneer zij als windverband fungeren, maar die dan wel later niet mogen verwijderd worden bij een mogelijke herverdeling van de ruimte in het gebouw. De algemene stabiliteit en stijfheid van eerstgenoemde zijn geheel of grotendeels toe te schrijven aan in het gebouw aanwezige of speciaal aangebrachte verticale verbanden die wanden of driehoeksvakwerken kunnen zijn. We gebruiken de woorden *windverband* en *stabiliteitsverband* als synoniemen.

Gewoonlijk wordt het windverband gecentreerd op de schemalijnen van kolommen en balken en hoeven alleen de diagonalen van het vakverband te worden aangebracht door middel van scharnierende koppelingen met eerstgenoemde. Allerlei vakwerkschema's komen in aanmerking, onder meer de monië-ligger, de K-ligger en de andreakruisligger (fig. 7). Evenmin als een betonnen schot moet een vakwerk zich tussen dezelfde kolommen uitstrekken over de volle hoogte van het gebouw. Het mag ten dele in een beuk en ten dele in een andere beuk worden geplaatst indien zulks om utilitaire redenen wenselijk of nodig is. Natuurlijk moet de constructeur rekening houden met de invloed daarvan op de krachtenverdeling. Zo veroorzaakt windbelasting, op zich zelf genomen, normaalkrachten in de kolommen 1-2 en 2-3 van het in de rechter benedenhoek van figuur 7 afgebeelde verband, die veranderen ter plaatse van elke vakwerkknoop voor het kolomgedeelte 1-2, maar vrijwel constant zijn voor het gedeelte 2-3 van dezelfde kolom.



Figuur 7: vakwerkschema's

Voor de opvatting van de geschoorde raamwerken zijn er twee mogelijkheden:

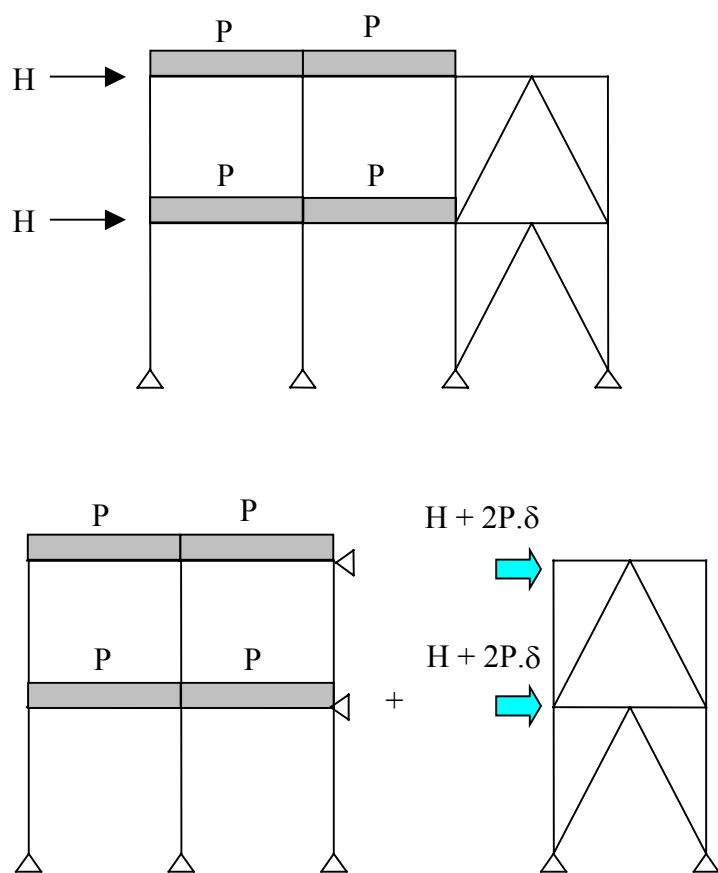
- De balken zijn doorgaand, terwijl de kolommen op iedere verdieping onderbroken worden.

- De kolommen zijn continu in de hoogte, terwijl de balken er scharnierend mee bevestigd zijn. In vergelijking met de eerste mogelijkheid zal de hoogte van de balkdoorsneden groter zijn omdat het gunstig effect van de hyperstaticiteit verdwijnt.

De voordelen die de schoring met zich meebrengt zijn van uiteenlopende aard:

- De verbindingen tussen kolommen en balken zijn eenvoudiger
- en daardoor zal de montage bij stalen raamwerken sneller kunnen gebeuren;
- De kolommen zijn in hoofdzaak onderworpen aan axiale krachten. Dit is voordelig met betrekking tot hun dimensionering omdat de interactie tussen buigend moment en dwarskrachten zwak of onbestaande is.
- De kniklengte van de kolommen is niet groter dan de verdiepingshoogte

Bij de berekening van een geschoord raamwerk onderstelt de ingenieur dat het verband de windbelasting, het effect van de mogelijke scheefstand en het P- Δ -effect van de verticale belasting volledig opneemt, alsof alle knopen van het raam scharnieren waren, dat het raamwerk zelf uitsluitend zijn verticale belasting hoeft te weerstaan en dat het verband zijn knopen horizontaal onbeweegbaar houdt (fig. 8). Verplaatsing van het spant in zijn vlak wordt in feite nooit volledig verhinderd, en opdat geen horizontale bewegingen en bijbehorende buigende momenten van enig belang zich zouden voordoen moet de stijfheid van het raamwerk *met* zijn schoorconstructie ten minste het vijfvoud zijn van die van het raamwerk na verwijdering van de schoring, of, concreter uitgedrukt, moet de horizontale uitbuiging v van de top van het geschoorde bouwwerk onder horizontale belasting in de gebruikstoestand kleiner zijn dan een vijfde van de uitbuiging v' van het bouwwerk ontstaan van zijn verbanden. Mits de bovenvermelde voorwaarde vervuld is en het verband zorgvuldig berekend wordt, mogen we het gevaar voor knik van de kolommen van het geschoorde spant onderzoeken in de onderstelling dat knoopverschuivingen uitblijven.

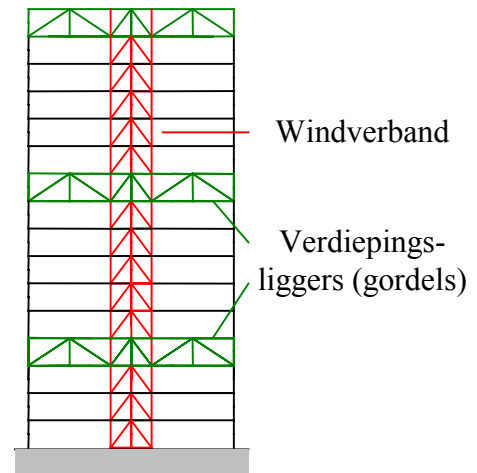


Figuur 8: afzonderlijke berekening van raamsant en vakwerkschoring

Gebouwen waarvan de raamwerken door middel van verticale windschijven tegen horizontale krachtswerkingen verstijfd worden, zijn economisch tot 30 verdiepingen.

3.2.4. Windstijlen gecombineerd met verdieplingsliggers (fig. 9)

Of ze nu in het inwendige van het gebouw of in de gevelvlakken aangebracht zijn, de windstijlen kunnen op hun beurt verstijfd worden door het aanbrengen van horizontale verstijvingsliggers die een volledige verdiepingshoogte innemen en die verbonden zijn met de kolommen die zich in de gevels bevinden. De windstijl kan immers beschouwd worden als een in de grond geklemde stijl die zijdelings uitwijkt. Door het aanbrengen van de verdieplingsligger wordt plaatselijk de hoekverdraaiing van de windstijl ten dele belemmerd wat de stijfheid van het gebouw uiteraard ten goede komt.



Figuur 9

3.2.5. Stijve kernen

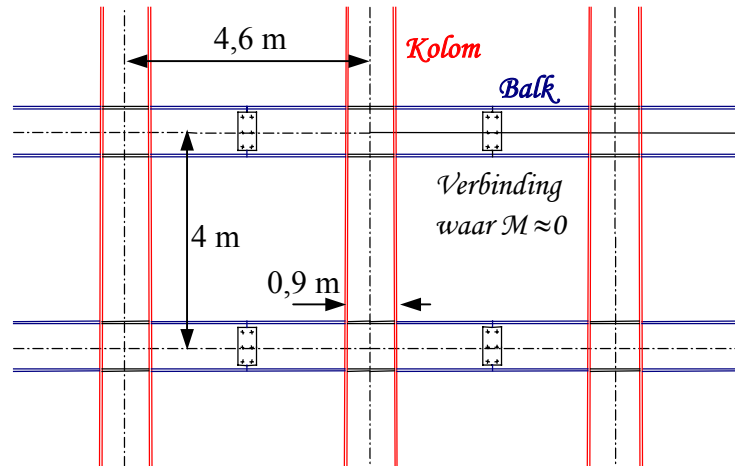
Om functionele redenen concentreert de architect alle verticale communicatiemiddelen: liften, trappen, sanitair, nutsleidingen in één of meerdere kernen. In de gebruikelijke betekenis is een *kern* een verticale kokervormige constructie, vervaardigd van gewapend beton zoals een trappenhuis of een liftschaft. Nochtans kan een verticaal ruimtelijk stavenstel evengoed die rol vervullen. Het woord kern is ten dele misplaatst omdat het suggereert dat deze constructie zich in het midden van het gebouw bevindt – wat constructief overigens verkiezelijk is – maar dat hoeft niet altijd zo te zijn. In principe kunnen kernen om het even waar in het gebouw aangebracht worden.

Wegens de stijfheid van de vloeren worden de horizontale krachtswerkingen overgedragen naar de kern(en). Op die manier worden de binnenruimten van de verticale vakwerkverbanden of wanden die als windstijl bestemd zijn, vrijgemaakt. In beginsel is één koker voldoende om een niet te lang gebouw te stabiliseren, mits hij genoeg buigstijfheid en –sterkte en torsiestijfheid en –sterkte bezit. De zuivere wringstijfheid van een U-vormige betonnen kern is gering en tenzij de benen van de U ver van elkaar staan is het stabiliserend effect van de U alleen op een gebouw niet afdoende.

3.2.6. Hybridische systemen

De drang om steeds hoger te bouwen heeft ertoe geleid verschillende systemen te combineren. Vanaf een bepaalde hoogte lukt de bouwwijze met één of meerdere kernen niet meer wegens hun beperkte afmetingen. Bij de evolutie in de hoogbouw ziet men gaandeweg een ganse resem van hybridische oplossingen ontstaan:

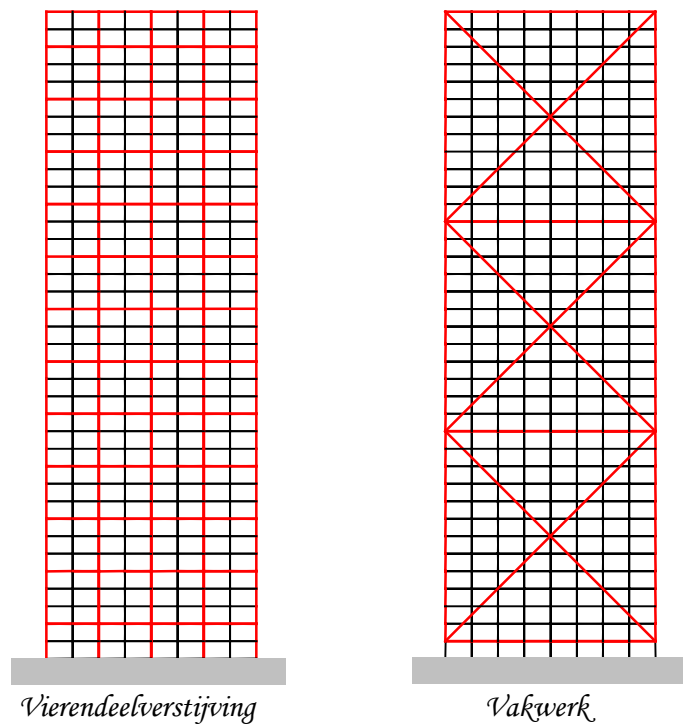
- Men kan trachten om de kern te laten samenwerken met verticale windschijven in de gevelstructuur, bijvoorbeeld op de hoeken van een gebouw.
- Samenwerking van een inwendige kern met beperkte afmeting met de tubulaire structuur van de perimeter van het gebouw. Daartoe worden de kolommen in de gevels dicht bij elkaar geplaatst en innig verbonden met stijve balken zoals in figuur 10. Voor de snelheid van montage zijn de gevelpanelen gestandaardiseerde units, twee of drie ver-



Figuur 10: Opbouw gevelskelet met dicht bij elkaar geplaatste kolommen

diepingen hoog, die op de bouwplaats samengebouwd worden. Mogelijks wordt de gevelstructuur versterkt door driehoeksvakwerken, geconstrueerd in de vier gevelvlakken (fig. 11), zoals bij het John Hancock Center in Chicago. Op die manier ontstaan zeer doelmatige verbanden voor hoge torengebouwen, omdat de momenten stammend uit de windkracht en de momenten van de tweede orde stammend uit de gewichtsbelasting in evenwicht worden gehouden door inwendige koppels met de grootst mogelijke krachttarm: de perimeter van het gebouw is immers opgevat als een reusachtige koker.

Bij brede, tamelijk dunne flenzen van op buiging belaste kokerliggers doet zich het verschijnsel van *shear lag* voor: de buigspanningen in de flens zijn kleiner in het midden dan ter hoogte van de aansluiting met de lijfplaten die eigenlijk de flens verstijven. Een gelijkaardig verschijnsel wordt waargenomen in de loef- en lijzijden van kokervormige gebouwen: onder de inwerking van

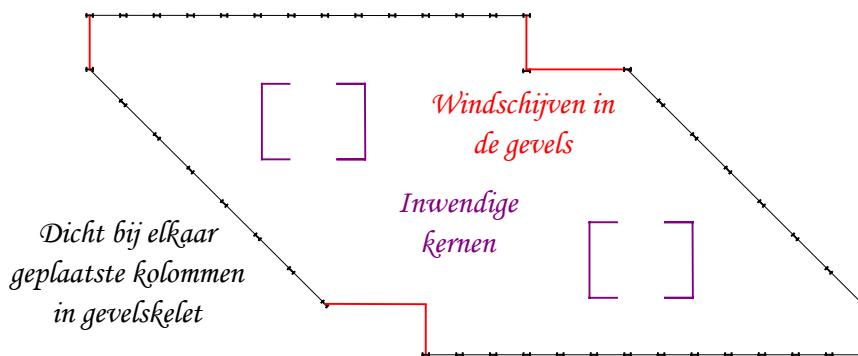


Figuur 11: Tubulair systeem

de wind zijn de meer centraal geplaatste kolommen aan geringere axiale krachten onderworpen dan de kolommen die zich dicht bij de zijgevels bevinden.

- Cellulaire opbouw. Ten einde verschijnselen van shear lag tegen te gaan werd door Skidmore, Owin en Meril de Sears tower in Chicago geconcipeerd als samenvoeging van een negental vierkante kokers met een kantlengte van 23 meter. De hoogste koker meet 443 m en tot de baring van de Petronastweeling in Kuala Lumpur was Sears gedurende betrekkelijk lange tijd het hoogste gebouw op de blauwe planeet.

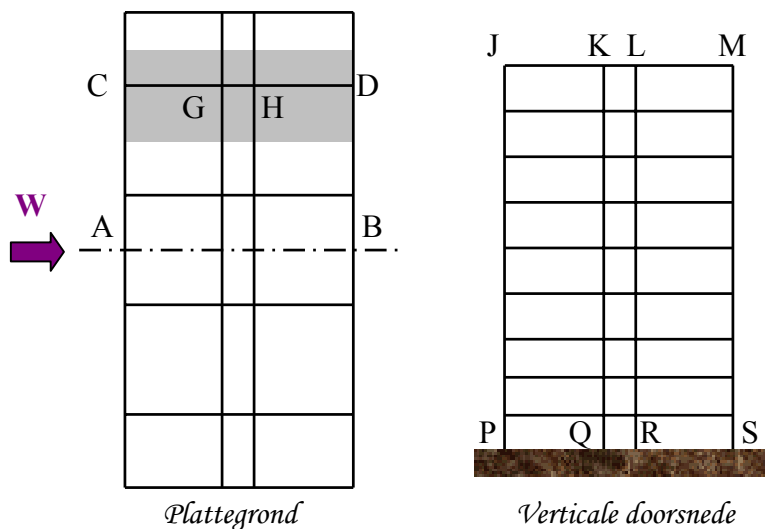
In figuur 12 is een grondplan van een torengedouw getekend waar meerdere concepten samengevoegd zijn.



Figuur 12

4. Verdeling van de horizontale belasting

4.1. Bij symmetrische plaatsing van vlakke stabiliteitsverbanden (fig. 13)



Figuur 13

De verdeling over de dwarsmuren van de met AB evenwijdige, horizontale belasting hangt af van de stijfheid van de vloeren in hun vlak. Monolithische betonnen vloeren zoals deze in lid 2 kunnen worden geacht oneindig stijf te zijn in het horizontale vlak en de dwarsmuren gelijke uitbuigingen in de richting AB op te dringen, althans indien die muren symmetrisch geplaatst zijn ten opzichte van AB. De uitbuigingslijnen van alle dwarsmuren zijn bijgevolg eender, waaruit volgt dat het aandeel van elke muur in de horizontale belasting evenredig is met zijn buigstijfheid EI of met het traagheidsmoment I van zijn horizontale doorsnede om de zwaarteaas haaks op AB. Als bijvoorbeeld alle dwarsmuren gelijk

zijn, nemen zij alle dezelfde fractie van de totale belasting op, ook indien hun tussenafstanden ongelijk zijn. Uit de horizontale belasting van elke windschoor, beschouwd als een ingeklemde stijl, volgen meteen de buigende momenten en de dwarskrachten in de horizontale doorsneden van de stijl.

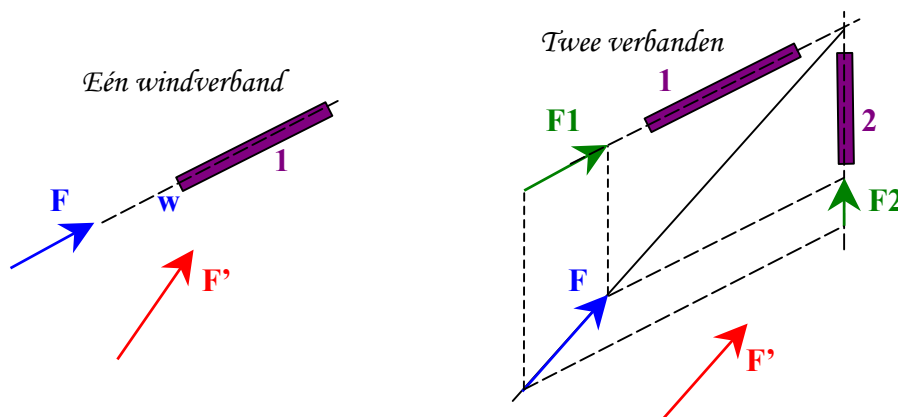
Als de stijfheid van de vloeren in hun vlak gering is – wat overigens onwenselijk is – bijvoorbeeld omdat zij bestaan uit geprefabriceerde, onderling zwak verbonden elementen, dragend in de richting AB, vervullen zij geen verdelende functie en neemt bijvoorbeeld de dwarsmuur CD de horizontale belasting op, die rechtstreeks werkt op de overeenkomstige ingekleurde moot van het gebouw. Het komt vaak voor dat de horizontale stijfheid van de vloeren moeilijk te beoordelen is. In dat geval doet de ontwerper er goed aan rekening te houden met de belastingsverdelingen die in hier en in voorgaande alinea ter sprake kwamen.

Indien er nogal wat openingen zijn in de dwarsmuren, bijvoorbeeld op alle verdiepingen deuren tussen de overlangse binnenmuren QK en RL, mag men CD niet als één kraagstijl beschouwen, maar gedragen CG en HD zich als afzonderlijke stijlen, die door koppelstangen, met name de vloeren, zijn verbonden. CG en HD nemen elk een deel van de horizontale belasting van de dwarsmuur CD op dat evenredig is met het traagheidsmoment van CG en HD om hun zwaartees haaks op AB. Het is duidelijk dat een reeks van dergelijke openingen zo'n dwarsmuur aanzienlijk verzwakt.

4.2. Bij niet-symmetrische plaatsing van vlakke stabiliteitsverbanden

4.2.1. Isostatische verbanden

De verdeling van de horizontale krachten wordt niet beïnvloed door de stijfheid van de verticale stabiliteitsverbanden als hun schikking isostatisch is. De resultante van alle horizontale belastingen kan als een vector F voorgesteld worden, met gekende ligging van de werklijn (fig. 14).



Figuur 14: F' kan niet opgenomen worden

Eén windstijl waarvan het vlak in planzicht samenvalt met de werklijn kan in beginsel de laterale weerstand bewerkstelligen. Maar vermits de belastingen veranderlijk zijn, én in grootte én in richting, zal bij een geringe wijziging van de werklijn w het evenwicht in het horizontale vlak niet meer verzekerd kunnen worden. Om gelijkaardige redenen zijn twee verticale verbanden ontoereikend: het is waar dat een willekeurige vector altijd kan ontbonden worden in twee componenten volgens de vlakken van de verbanden, en dat men die componenten als schuifkrachten in de verbanden kan voeren; maar ook dan is het doorgaans niet uit te sluiten dat de horizontale kracht niet door het snijpunt van bedoelde vlakken gaat. Bijgevolg kan het moment van de belastingenresultante om dat snijpunt niet in evenwicht gehouden worden door de schuifkrachten.

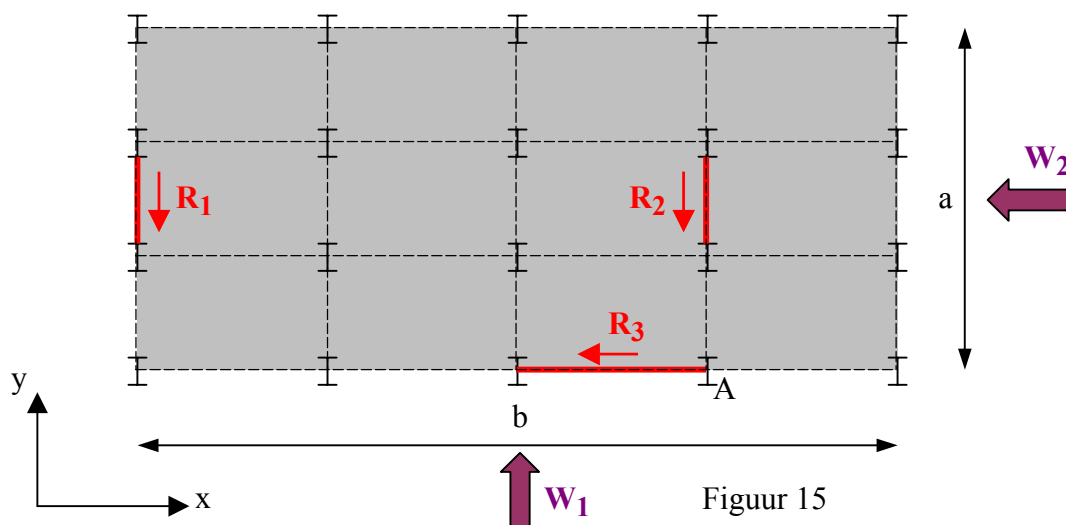
De slotsom is dat een isostatische schikking ten minste drie, niet-concurrente verticale windschijven vergt.

Onderstaande voorbeelden hebben betrekking op gebouwen met een typische skeletstructuur. De redenering is gebaseerd op de onderstelling dat de kolommen hetzij zeer buigzaam zijn, hetzij scharnierend ter hoogte van de vloeren bevestigd zijn en dat ze bijgevolg geen enkele weerstand tegen horizontale krachten kunnen bieden. Verder onderstellen we dat de vloeren een zeer grote stijfheid in hun vlak bezitten en dat er drie, niet-concurrente stabiliteitsverbanden aangebracht zijn.

4.2.1.1. Verbanden volgens twee, haaks op elkaar staande richtingen

De figuur 15 toont de plattegrond met de inplanting van de verbanden.

We geven de krachten in de schijven aan met de symbolen R_1 , R_2 en R_3 en verrichten de berekeningen beurtelings voor een horizontale kracht W_1 en een horizontale kracht W_2 .



- Kracht W_1 :

Het verband 3 draagt in deze omstandigheid in geen enkel opzicht bij tot de krachtoverdracht: $R_3 = 0$. Schrijft men een momentenvergelijking om het punt A, dan volgt daaruit $R_1 = \frac{1}{3} W_1$, en uit het evenwicht in de y-richting: $R_2 = \frac{2}{3} W_1$.

- Kracht W_2 :

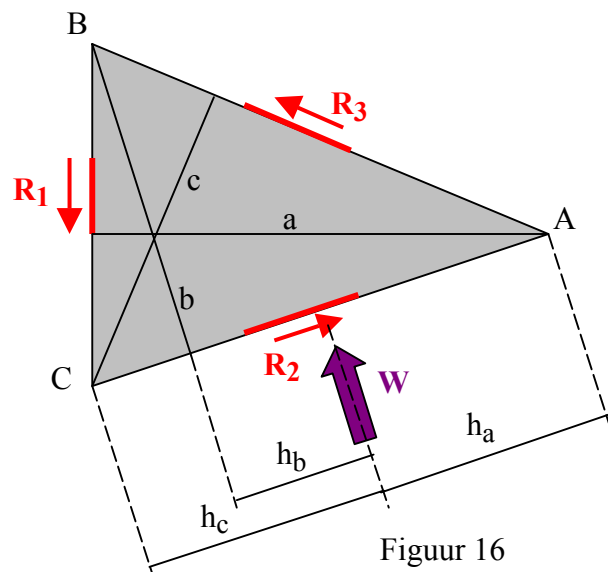
Evenwicht volgens x: $R_3 = -W_2$.

Moment om A: $\frac{3b}{4} R_1 + \frac{a}{2} W_2 = 0 \rightarrow R_1 = -\frac{2a}{3b} W_2$ en tenslotte $R_2 = \frac{2a}{3b} W_2$.

4.2.1.2. Verbanden volgens drie niet-concurrerende richtingen

Er zijn drie verbanden aangebracht langs de gevels van een gebouw met driehoekig grondplan. Gebruik makend van de notaties in de figuur 16 schrijven we een momentenvergelijking om de hoekpunten A, B en C en vinden meteen de krachten in de schijven: $R_1 = \frac{h_a}{a} \cdot W$, $R_2 = -\frac{h_b}{b} \cdot W$ en $R_3 = -\frac{h_c}{c} \cdot W$. De afstanden a, b en c zijn de hoogtelijnen van de driehoek ABC.

Merk op dat de krachten overgedragen naar de schotten des te groter zijn naarmate a, b en c kleiner worden. Daaruit distilleren we de volgende regel die algemene geldigheid bezit: Bij een isostatische schikking van de verbanden streeft men ernaar dat de hoek gevormd door de hartlijn van de wand met de rechte die het zwaartepunt van de wand met het snijpunt van (het verlengde van) de twee overige wanden verbindt, niet te scherp is. Een scherpe hoek zou betekenen dat de loodrechte hefboom klein wordt en de schikking van de derde wand ten opzichte van de twee vorige weinig doelmatig is.



4.2.2. Hyperstatische schikking van de verbanden

In dit geval kan de verdeling van de horizontale krachtwervingen over de verschillende stabiliteitsverbanden niet bepaald worden door uitsluitend een beroep te doen op de evenwichtsvergelijkingen. Men zal tevens de compatibiliteit van de vervormingen van die verbanden in rekening moeten brengen. Weliswaar bedient men zich daarbij van een aantal vereenvoudigende onderstellingen:

- De vloeren bezitten een zeer grote stijfheid.
- De stijfheid van de verbanden is constant over de hoogte of varieert volgens die hoogte op dezelfde wijze voor alle verbanden.

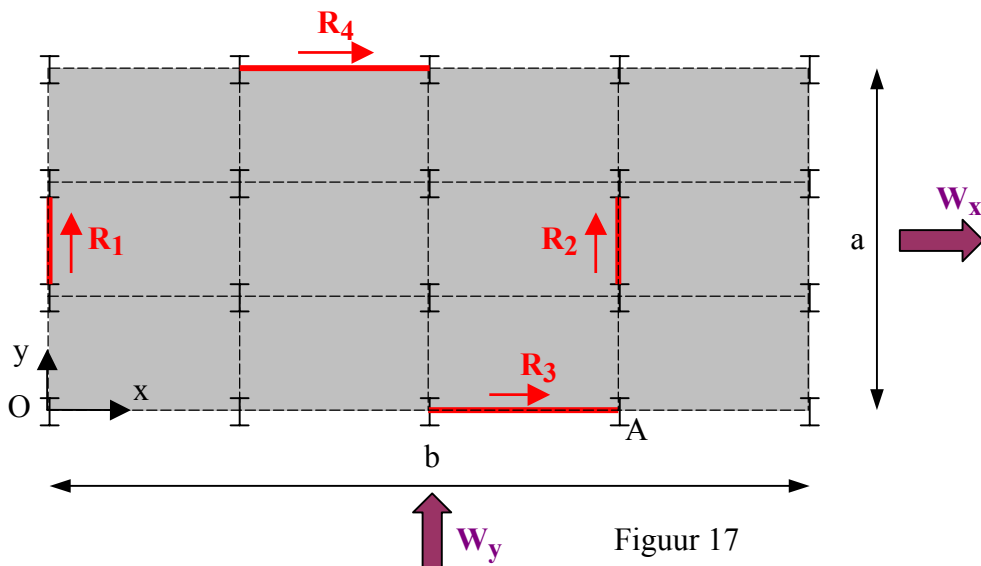
- De werklijn van de uitwendige krachten die door de vloeren op een bepaalde verdieping worden overgebracht, is amper veranderlijk over de hoogte van het bouwwerk.

Deze lezer zal begrijpen dat de laatste twee onderstellingen nodig zijn om ervan te kunnen uitgaan dat de verdeling van de horizontale krachten op elke verdieping op identieke wijze geschiedt.

4.2.2.1 Algemene uiteenzetting

We illustreren de gang van de bewerkingen aan de hand van het voorbeeld uit lid 4.2.1.1 waaraan we een vierde windstijl hebben toegevoegd (fig. 17). Voor ingewikkelder configuraties zal wel vanzelf duidelijk zijn welke aanpassingen aan de uiteenzetting moeten aangebracht worden. Bij een verplaatsing u_i van zijn zwaartepunt oefent een schot i op de vloer een kracht in de x -richting uit evenredig met die verplaatsing: $R_{ix} = -K_{ix} \cdot u_i$; met een verplaatsing v_i volgens y gaat de kracht $R_{iy} = -K_{iy} \cdot v_i$ gepaard. Is het schot bijvoorbeeld evenwijdig met x , dan is vanzelfsprekend $K_{iy} = 0$. We noemen de evenredigheidsconstante K_{ix} (of K_{iy}) de stijfheid of veerconstante van het verband i . Voor een onderaan ingeklemde, vrijstaande wand met hoogte h , buigstijfheid EI die evenwijdig is met de x -richting geldt $K_{ix} = 3EI/h^3$. Hierbij stelt EI de buigstijfheid voor van de dwarsdoorsnede van de wand of het schot om zijn hoofdtraagheidsas volgens y en wordt ondersteld dat er slechts krachten ter hoogte van de top worden ingeleid. Heeft het stabiliteitsverband de vorm van een driehoeksvakwerk, dan kan men de stijfheid bijvoorbeeld bepalen met de integralen van Mohr.

Vermits de vloer oneindig stijf is, zal de beweging in zijn vlak bestaan uit een sleep-



beweging, i.e. een translatiebeweging gekoppeld aan een rotatiebeweging. We noemen u_0 en v_0 de translaties in de x - en in de y -richting van een willekeurig gekozen referentiepunt O en ω de hoekverdraaiing van de vloer. Zij verder x_i en y_i de coördinaten van het zwaartepunt van een windschijf i . De lineaire verplaatsingen van zijn zwaartepunt zijn bijgevolg:

$$u_i = u_O - y_i \cdot \omega, \quad v_i = v_O + x_i \cdot \omega \quad (1)$$

en daarmee gaan de krachten

$$R_{ix} = -K_{ix} \cdot u_i = -K_{ix} \cdot (u_O - y_i \cdot \omega), \quad R_{iy} = -K_{iy} \cdot v_i = -K_{iy} \cdot (v_O + x_i \cdot \omega) \quad (2)$$

gepaard.

Uitdrukken dat het verschuivingsevenwicht in de x- en in de y-richting en het momentenevenwicht om O vervuld moeten zijn,

$$W_x + \sum_i R_{ix} = 0, \quad W_y + \sum_i R_{iy} = 0, \quad M_O - \sum_i R_{ix} \cdot y_i + \sum_i R_{iy} \cdot x_i = 0 \quad (3)$$

levert het stelsel

$$\begin{aligned} u_O \cdot \sum_i K_{ix} - \omega \cdot \sum_i K_{ix} \cdot y_i &= W_x \\ v_O \cdot \sum_i K_{iy} + \omega \cdot \sum_i K_{iy} \cdot x_i &= W_y \\ -u_O \cdot \sum_i K_{ix} \cdot y_i + v_O \cdot \sum_i K_{iy} \cdot x_i + \omega \cdot \sum_i (K_{ix} \cdot y_i^2 + K_{iy} \cdot x_i^2) &= M_O \end{aligned} \quad (4)$$

M_O is het moment om O, positief gerekend in de tegenwijzerzin, afstammend van de uitwendige belastingen. Uit dit stelsel lost men makkelijk de verplaatsingen u , v en ω op en vindt men de krachten R_{ix} en R_{iy} met de betrekkingen (2).

De sommen $\sum_i K_{ix} \cdot y_i$ en $\sum_i K_{iy} \cdot x_i$ zijn de statische momenten van de stijfheden K_{ix} en K_{iy} om de x- en de y-as. Bijgevolg definiëren de betrekkingen

$$x_G = \frac{\sum_i K_{iy} \cdot x_i}{\sum_i K_{iy}}, \quad y_G = \frac{\sum_i K_{ix} \cdot y_i}{\sum_i K_{ix}} \quad (5)$$

het stijfheidszwaartepunt of stijfheidscentrum G van die stijfheden. Indien men de oorsprong O in het stijfheidscentrum plaatst, zijn de statische momenten van genoemde stijfheden om de x- en de y-richtingen door G gelijk aan nul en ontkoppelen de vergelijkingen:

$$\begin{aligned} u_G \cdot \sum_i K_{ix} &= W_x \\ v_G \cdot \sum_i K_{iy} &= W_y \\ \omega \cdot \sum_i (K_{ix} \cdot y_i^2 + K_{iy} \cdot x_i^2) &= M_G \end{aligned} \quad (6)$$

Indien de resultante van de horizontale belastingen met dat zwaartepunt coïncideert, zijn het rechterlid in (6) en de hoekverdraaiing ω gelijk aan nul, en zijn de krachten in de windstijlen:

$$R_{ix} = -\frac{K_{ix}}{\sum_i K_{ix}} \cdot W_x \quad \text{en} \quad R_{iy} = -\frac{K_{iy}}{\sum_i K_{iy}} \cdot W_y. \quad (7)$$

Dit is een bijzonder voordelige situatie, indien men als ontwerper een zekere vrijheid heeft met betrekking tot de keuze van de schikking van de stabiliteitsverbanden. Wanneer men die vrijheid heeft, kan men immers alle verbanden en hun samenstellende onderdelen op dezelfde manier opvatten en dimensioneren want blijktens (7) zijn ze alle even zwaar belast. Zulks is vanzelfsprekend economischer dan verbanden in het werk te brengen die op een onregelmatige wijze belast worden en alle onderling verschillend zijn.

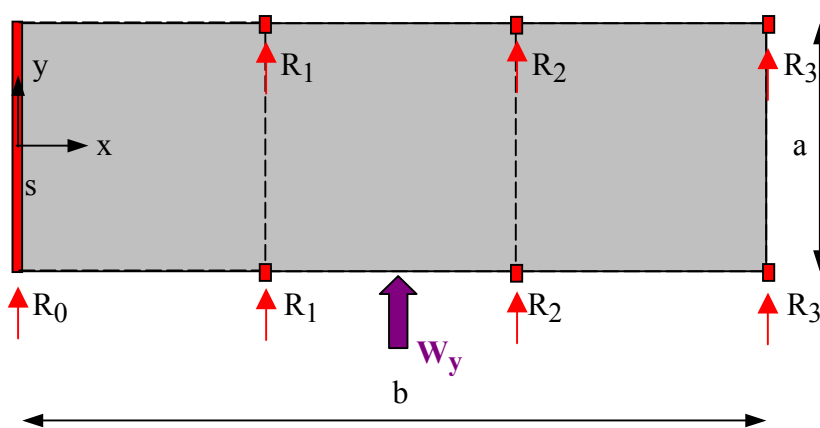
Opmerking:

Uit het betoog volgt dat de krachtenverdeling in de schotten niet door de absolute waarde van de stijfheden bepaald wordt. In principe is het voldoende om hun relatief belang, of anders gezegd de stijfheidsverhoudingen te kunnen inschatten. Vanzelfsprekend zijn de verplaatsingen u , v en ω wel van de absolute stijfheden afhankelijk. Deze gevolgtrekking geldt trouwens algemeen voor elastische krachtenstelsels en we hebben er reeds herhaaldelijk kennis mee gemaakt.

Opgave: Alle schotten in de figuur 17 bezitten dezelfde stijfheid K . Bepaal de krachtenverdeling indien $W_x = W_y = 100$ kN.

4.2.2.2 Geval van een gebouw met een windschijf in de zijgevel en in de hoogte doorlopende en aan hun voeting ingeklemde kolommen.

We verwijzen naar de schikking in de figuur 18. Het langwerpige, rechthoekige grondplan toont een windstijl aan de rand van het gebouw en drie kolommenrijen. De balken waarop de vloer rust, zijn scharnierend met de kolommen verbonden.



Figuur 18

We bestuderen enkel het effect van een horizontale kracht W_y in het midden van de langwerpige zijden. Bij onderstelling is de buigstijfheid van het schot veel groter dan deze van een enkele kolom: $K_s = \alpha K$ met α een groot getal. We plaatsen de oorsprong van het assenkruis in het stijfheidscentrum met coördinaten gegeven door (5) :

$x_G = \frac{4b}{\alpha + 6}$, $y_G = 0$, en

passen de formules (6) toe om de verplaatsing $v_G = \frac{W_y}{(\alpha + 6)K}$ en de hoekverdraaiing

$\omega = \frac{9}{8} \cdot \frac{(\alpha - 2)W_y}{(7\alpha + 6)Kb}$ te begroten. Hieruit blijkt alvast dat de stijfheid van de kolommen abso-

luut nodig is om het “wringkoppel” $W_y \cdot \frac{(\alpha - 2)b}{2(\alpha + 6)}$ op te nemen, zoniet zou de hoekverdraai-

ing oneindig groot worden. Tenslotte leveren de betrekkingen (2) de reacties van de kolommen, mits inachtneming van het feit dat de x-coördinaten begroot worden vanuit het stijfheidscentrum:

$$R_0 = -\frac{5\alpha}{2(7\alpha + 6)} \cdot W_y, \quad R_1 = -\frac{(3\alpha + 14)}{8(7\alpha + 6)} \cdot W_y, \quad R_2 = -\frac{(3\alpha + 4)}{4(7\alpha + 6)} \cdot W_y, \quad R_3 = -\frac{(9\alpha + 2)}{8(7\alpha + 6)} \cdot W_y.$$

In de limiet is de krachtenverdeling $R_0 = -\frac{20W_y}{56}$, $R_1 = -\frac{3W_y}{56}$, $R_2 = -\frac{6W_y}{56}$ en

$R_3 = -\frac{9W_y}{56}$ onafhankelijk van de stijfheid van de kolommen op voorwaarde dat deze stijf-

heid zeer klein is ten opzichte van de stijfheid van het schot, wat doorgaans het geval is. Men bemerkt tevens dat het systeem weinig efficiënt is naarmate het gebouw langwerpiger wordt, vermits de krachten in de kolommen die zich het verst van het schot bevinden, snel toenemen.

4.2.2.3 Centraal geplaatste kern van gewapend beton

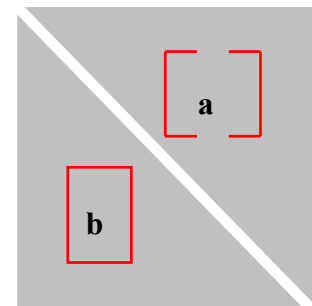
We onderstellen dat alle kolommen pendelverbindingen hebben of althans daarmee geassimileerd kunnen worden. Bijgevolg dragen ze niet bij tot de opname van horizontale krachtwervingen en hoeven ze enkel verticale krachten te weerstaan. Eerstgenoemde worden door de starre vloeren overgebracht naar de kern die ze verder kanaliseert naar de fundering. We bespreken kort de volgende mogelijkheden:

a) De kern is van het open type (fig. 19a)

In dit geval beschouwt men de kern als een samenstel van verticale windschijven waarvoor de algemene methode van toepassing is.

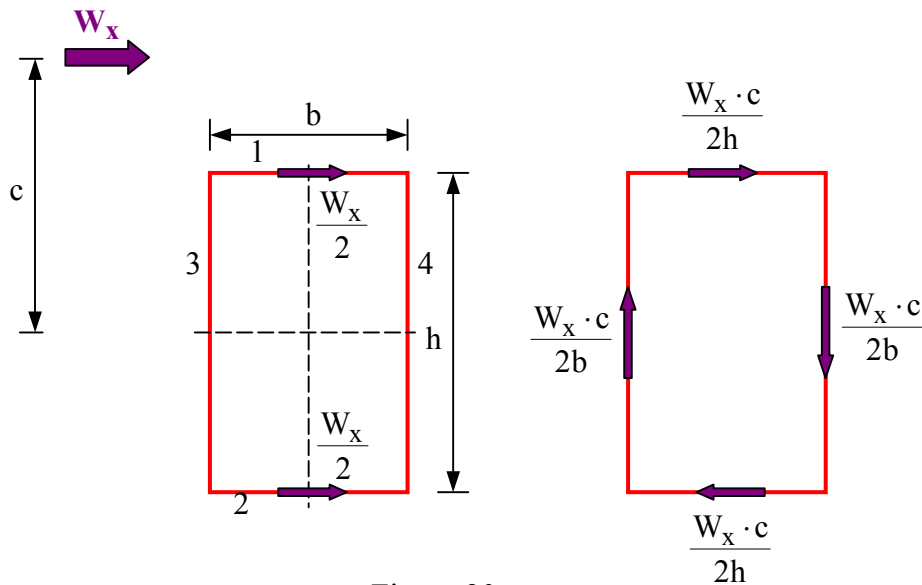
b) De kern is een koker (fig. 19b)

In het algemene geval wordt de koker door de horizontale krachtwervingen onderworpen aan scheve buiging en wringing. Scheve buiging kan makkelijk bestudeerd worden door de kracht te ontbinden volgens de hoofdtraagheidsassen van de doorsnede. Bij een rechthoekige koker met constante wanddikte zijn ze evenwijdig met de zijden van de rechthoek. De in figuur 20 getoonde component W_x van de horizontale kracht wordt voor de helft in het lijf 1 gevoerd, terwijl de andere helft door het lijf 2 wordt opgenomen (schoon er ook schuifstromen in de flenzen 3 en 4 optreden³).



Figuur 19

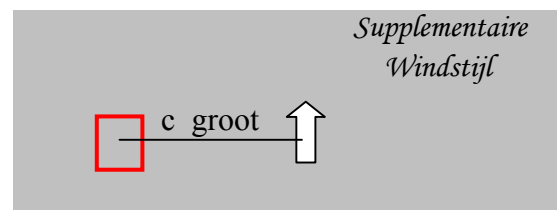
³ We verwijzen naar het hoofdstuk *Bijzondere aspecten van de balkentheorie* uit het opleidingsonderdeel *Berekening van bouwkundige constructies I*.



Figuur 20

Uit de theorie van de wringing weten we dat de schuifstroom q in een tweevoudig samenhangend rechthoekig profiel constant is en gelijk aan $\frac{M_t}{2bh}$ waarin $M_t = W_x \cdot c$ het wringend moment en b en h respectievelijk de breedte en de hoogte van de rechthoek, gemeten langs de hartlijnen van de wand, voorstellen. Bijgevolg zijn de schuifkrachten evenredig met de kantlengten zoals de figuur illustreert.

In beginsel is één koker voldoende om een niet te lang gebouw te stabiliseren, mits hij genoeg buigstijfheid en -sterkte en torsiestijfheid en -sterkte bezit. Die schacht bevindt zich dan best nabij het midden van het gebouw. Indien de wringende momenten vrij aanzienlijk zijn, wat bij een excentrisch geplaatste koker best denkbaar is, terwijl zijn torsiestijfheid en -sterkte aan de magere kant zijn, kan men de situatie gauw verbeteren door ver van de koker een windstijl te plaatsen die ongeveer haaks staat op de verbindingslijn tussen de koker en de stijl (fig. 21). Op die manier gaat het samenstel van koker en stijl de windkracht met een zeer grote hefboomsarm te lijf.



Figuur 21

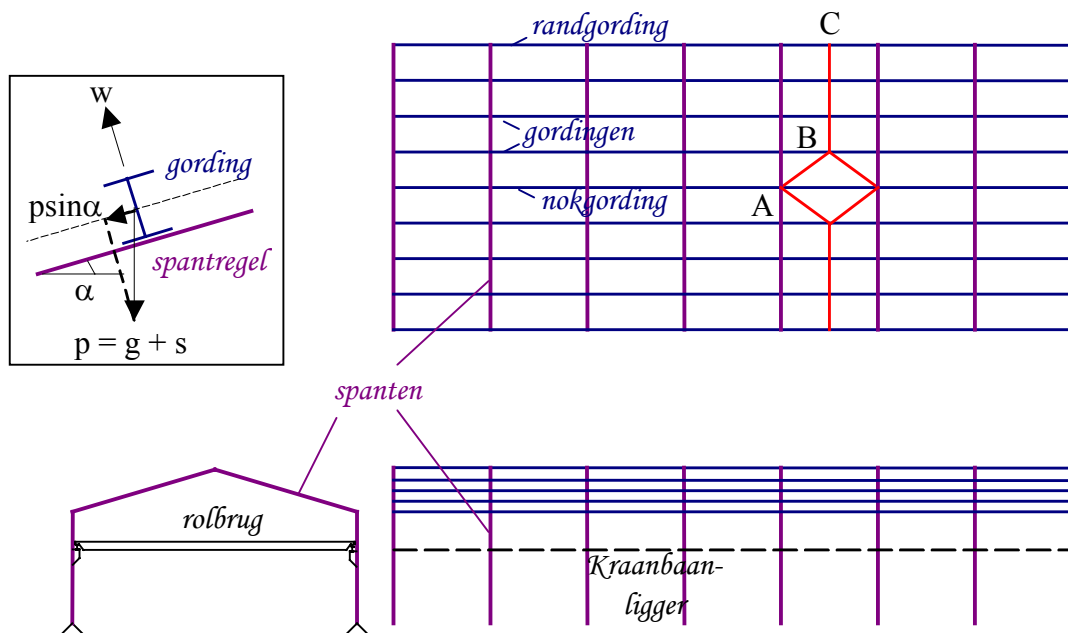
Is er twijfel omtrent de vormvastheid van de doorsnede waarop de theorie van de wringing berust en omtrent de overeenstemming tussen de inleiding van het krachtenkoppel in het profiel overeenkomstig die theorie, dan kan men als alternatief de koker opvatten als een samenstel van vier windstijlen (of meerdere bij een meervoudig samenhangend profiel) en de theorie van lid 4.2.2.2 toepassen. In de praktijk wordt laatstgenoemde theorie trouwens vaak gebruikt.⁴

⁴ Association pour la promotion de l'enseignement de la construction acier, *Construction Métallique et mixte acier-béton, Tome 2: Conception et mise en oeuvre*, Editions Eyrolles, Paris, 1996.

5. Stabiliteit van dak- en wandconstructies in de industriële hal- lenbouw

5.1. Beschrijving

Gewoonlijk bestaan de klassieke industriële hallen uit een reeks van evenwijdige spanten met een overspanning variërend van 10 tot 40 meter en bedraagt hun tussenafstand 6 tot 12 meter. De dakhuid rust op gordingen die warmgewalste I- of koudgevormde Z- of Σ -profielen kunnen zijn en die op hun beurt steun nemen op de spanten. De figuur 22 toont een mogelijke opstelling. Uiteraard zijn vele varianten van dak- en wandconstructies denkbaar, maar het is ondoenlijk om alle gevals specifieke details in het bestek van deze cursus te behandelen. Wel streven we duidelijkheid van de algemene principes na.



Figuur 22

Door de gravitaire belastingen, stammend van het eigen gewicht g van de bekleding en van de gording en van de eventuele sneeuwbelasting s , zijn de gordingen onderworpen aan een component $(g+s) \cdot \sin \alpha$ evenwijdig met de dakschilden. Tenzij het dakvlak nauwelijks een helling heeft, is de buigsterkte van de gording om de zwakke as te gering om de component $(g+s) \cdot \sin \alpha$ te weerstaan. De constructeur onttrekt de gording geheel of grotendeels aan het effect van die component door de gordingen onderling en met de top van de kapgebinten te verbinden met koppelstangen zoals ABC, zodat de ontbondene $(g+s) \cdot \sin \alpha$ werkt op tweemaal kortere overspanningen en viermaal kleinere buigende momenten om de zwakke as van de gording teweegbrengt. Is de afstand tussen twee opeenvolgende spanten groot, dan brengt men een paar koppelstangen als BC met een tussenafstand gelijk aan een derde van de afstand tussen twee opeenvolgende spanten aan en verbindt men de punten B met de top A van het meest nabije kapgebint. Stangen zoals AB worden in het vakjargon “bretellen” genoemd. In de figuur is slechts het stel koppelstangen in het veld tussen twee opeenvolgende spanten ge-

tekend. Vanzelfsprekend moeten ze gelijkmatig over de beide dakschilden aangebracht worden. De nokgording wordt om begrijpelijke redenen ontdubbeld, dat wil zeggen: ieder dakschild heeft er eentje en beide worden onderling verbonden door zogeheten noktrekkers.

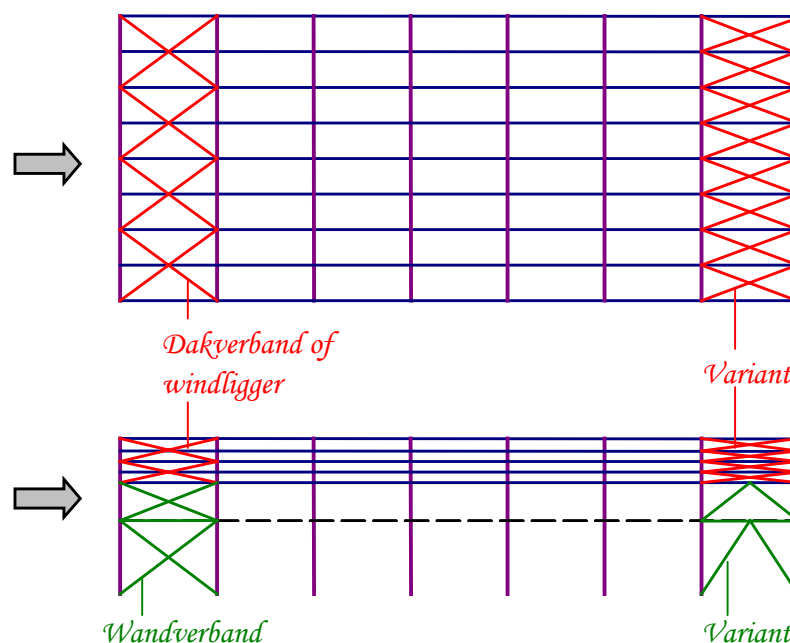
Consoles komen in aanmerking om betrekkelijk lichte loopkranen te dragen. In de figuur 22 is dit het geval. Een zware loopkraan, aldus ondersteund, zou de kolommen te sterk op buiging belasten en daarom worden de kraanbaanliggers vaak gelegd ofwel op geconstrueerde, mogelijks niet-prismatische, volwandige kolommen, ofwel op vakwerkkolommen. De kraan onderwerpt het geraamte van het gebouw aan schokken, zowel verticaal als in de dwarsrichting als in de langsrichting en de bevestiging van de kraanbaanliggers aan de kolommen moet met zorg worden ontworpen.

5.2. Stabiliteit in de langsrichting

5.2.1. Dakverband

In langsrichting is het geheel van spanten en gordingen niet stabiel. Het is niet zelden gebeurd dat een stalen of houten of betonnen geraamte tijdens de montage ineenzakte als een kaartenhuis omdat de ontwerper een montageverband in de langsrichting vergeten had of omdat de uitvoerder had verzuimd het *van meet af aan* in het werk te brengen. In het algemeen moet de constructeur niet alleen rekening houden met de toestanden waarin het bouwwerk na voltooiing kan verkeren, doch ook met die welke zich gedurende de oprichting kunnen voordoen, en ter vermijding van misverstanden daaromtrent overleg plegen met de aannemer.

Het montageverband doet tevens dienst als windverband dat de windkrachten op de



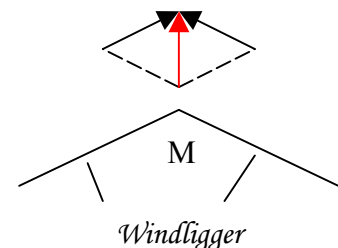
Figuur 23

kopgevel en, indien de lengte van het gebouw meer dan vier keer de hoogte van het gebouw bedraagt, ook de tangentiële wrijvingskrachten opneemt. Het wordt over het algemeen aange-

bracht nabij de kopgevel aan het eind van het gebouw (of aan beide einden) en het wordt gevormd in de dakvlakken door toevoeging van kruiselings geplaatste trekstangen (fig. 23, links), bestaande uit hoekstalen, vlakstalen of trekroeden; laatstgenoemde zijn gewoonlijk voorzien van een wartelsysteem. Op die manier ontstaat een andreaskruisligger waarvan de randstaven gevormd worden door de spantregels en de stijlen door de gordingen.⁵ De montage moet beginnen met die spanten en met het dakverband. Alle andere spanten worden door toedoen van de gordingen gestabiliseerd door het dakverband. De gording, die een kruispunt van twee trekstangen ontmoet, dient daarmee te worden verbonden.

In de rechterhelft van de figuur is een variant getekend, die minder geschikt is omdat de diagonalen een zeer scherpe hoek insluiten met de gordingen, en we weten uit het hoofdstuk *Driehoeksvakwerken (Berekening van Bouwkundige Constructies I)* dat zulks te mijden is, niet alleen om de reden die we daar aangegeven hebben, maar omdat de krachten in de trekstangen snel hoog oplopen naarmate de bedoelde hoeken scherper worden. Bij de berekening van het windverband houdt men enkel rekening met de diagonalen die onder trek staan.⁶ Indien de wind in de figuur 23 van rechts naar links waait en enkel de linker windligger aanwezig is, staan de mogelijks slanke gordingen over het grootste deel van hun lengte onder druk, wat nadelig is. Derhalve kan het inderdaad aangewezen zijn om een windverband nabij de beide kopgevels aan te brengen, zoals we hoger suggereerden. De berekening van de windligger gaat niet met bijzondere moeilijkheden gepaard: zelfs al ontmoeten beide helften mekaar onder een hoek doordat ze elk in een dakschild gelegen zijn, toch berekent men het vakwerk alsof het in een horizontaal vlak lag. Achteraf houdt men rekening met het effect dat hierna beschreven wordt.

In de loefwaartse rand van het vakwerk heersen druknormaalkrachten, de benedenwindse rand is onderworpen aan treknormalkrachten. Vermits beide randen geknikt zijn ter hoogte van de nok, werkt aan de loefzijde een opwaarts gerichte kracht die de resultante is van de drukkrachten in de staven die mekaar in het punt M ontmoeten. Aan de lijzijde werkt een even grote neerwaarts gerichte kracht. Dit is het enige opmerkelijke uitvloeisel van de omstandigheid dat de twee helften van de windligger niet in hetzelfde vlak liggen.



Benevens het opnemen van de windbelasting van de eindwanden vervullen diagonalen een gewichtige meervoudige rol:

- ze verlenen het gebouw stijfheid in de langsrichting;
- ze stabiliseren de spantregels tegen het kippen⁷ omdat die regels door de gordingen op hun plaats gehouden worden in de langsrichting van het gebouw;
- in een wandverband (cfr. infra) weerstaan ze remkrachten die vaak schoksgewijze worden uitgeoefend op de kraanbanen en die worden geschat op 1/7 van de wielbelastingen;
- ze stabiliseren de samengedrukte bovenrand van een als vakwerk uitgevoerd spant tegen het knikken uit het vlak van het spant.

⁵ Vanzelfsprekend zijn ettelijke andere vakwerkschema's denkbaar, maar de andreaskruisligger is bijzonder populair.

⁶ Vermits de wind uit beide richtingen kan waaien, zijn bij een andreaskruis altijd trekdiagonalen aanwezig.

⁷ Kippen wordt bestudeerd in *Berekening van Bouwkundige Constructies III*.

5.2.2. Wandverband

Om de reacties van de windligger zo snel mogelijk naar naar de fundering te leiden, construeert men in de zijvlakken een paar bijkomende trekdiagonalen, waardoor een wandverband ontstaat. In de figuur 23 zijn een paar mogelijkheden aangegeven.

De rol van een wandverband kan ook door metselwerk ingevuld worden. Het moet dan wel goed aansluiten tegen de lijven van de spantbenen. Bovendien moet aan de bovenkant een regel aanwezig zijn die de spantbenen verbindt.

Men kan de veerconstante K voor een wand, gevat in een

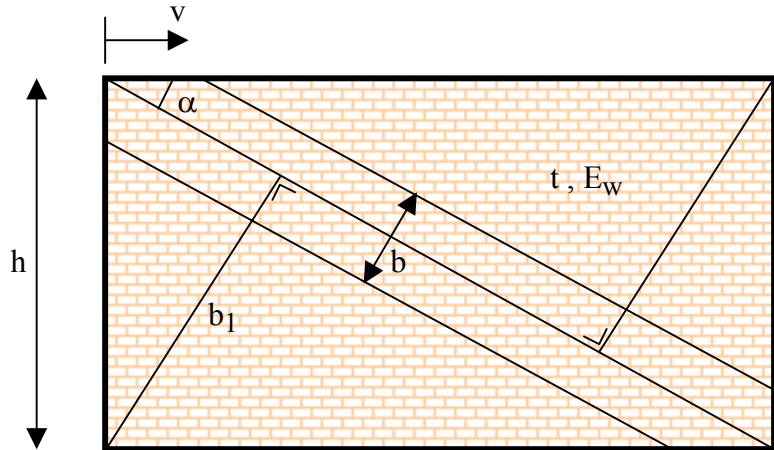
stijl- en regelwerk als volgt schatten. Een gemetselde of andere wand met dikte t en gemaakt van een materiaal met elasticiteitsmodulus E_w vult een rechthoekig vak, met hoogte h en lengte $h \cot \alpha$ (fig. 24). We nemen aan dat een overhoekse strook, ter breedte $b = 2\omega b_1 = 2\omega h \cos \alpha$, van de wand fungeert als schoor en het schranken van de maas naar rechts tegenwerkt. Met een horizontale verplaatsing v van de bovenrand met betrekking tot de onderrand gaan gepaard: de verkorting $v \cos \alpha$ en de stuik $\frac{v \cos \alpha}{h}$ van de schoor, en de drukkracht

$\frac{v \sin \alpha \cos \alpha}{h} b t E_w$ in de schoor. De horizontale ontbondene $v \frac{b}{h} t E_w \sin \alpha \cos^2 \alpha$ van deze kracht verzet zich tegen de vervorming v en de veerconstante K bedraagt

$$K = \frac{b}{\ell} t E_w \sin \alpha \cos^2 \alpha = 2\omega t E_w \sin \alpha \cos^3 \alpha \quad (8)$$

$\omega = \frac{1}{4}$ vertegenwoordigt hoogst waarschijnlijk een voorzichtige schatting van de breedte $b = 2\omega h \cos \alpha$ van de werkzame strook van de wand. Voor de verhouding $\frac{E_w}{E}$ (E : elasticiteitsmodulus van staal), voor bakstenen, houten en glazen wanden geeft WOOD⁸ onderscheidenlijk de waarden $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{25}$ en $\frac{1}{40}$. Merk terloops op dat de stijfheid van een dergelijk schrankschot een belangrijke bedrage kan hebben tot de laterale stijfheid van een ongeschoord raamwerk.

⁸ R.H. Wood, *Effective lengths of columns in multi-storey buildings*, The Structural Engineer, September 1974, blz. 341.



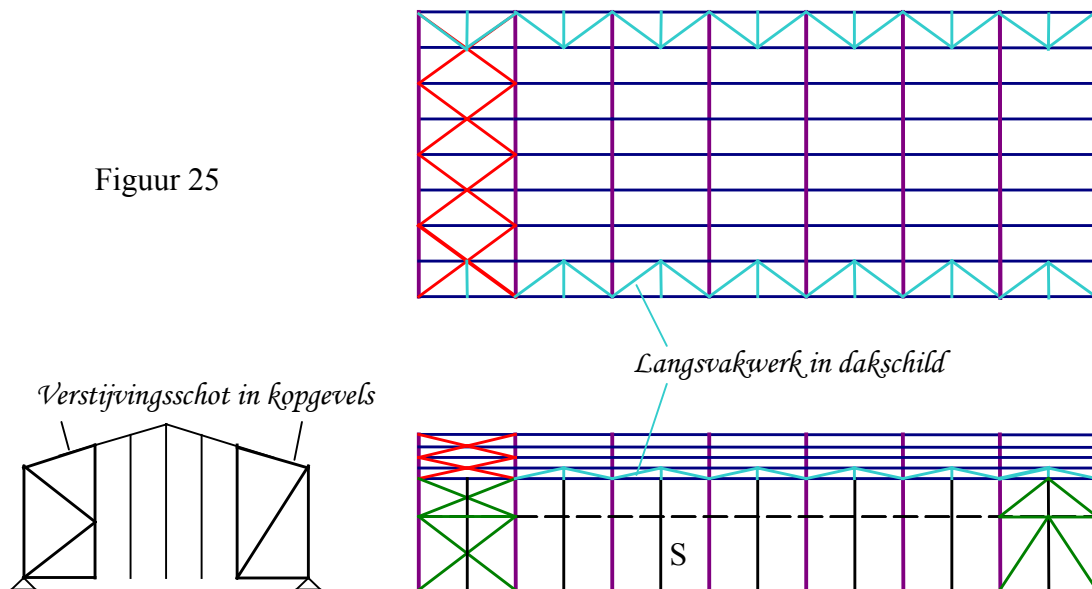
Figuur 24

In de onderstelling dat de langskracht gelijkmatig over de lengte van het gebouw naar de fundering wordt geleid, is de horizontale ontbondene van de drukkracht in de schoor gelijk aan de helft van de langskracht op het gebouw gedeeld door het beuken (aantal spanten -1). Zij deze kracht F , dan is de kracht in de schoor zelf $F/\cos\alpha$. In het geval van een dak met een windligger is men voorzichtig door de reactie van de windligger door die drukschoor te laten opnemen welke zich in dezelfde beuk als de windligger bevindt.

Een rechthoekige wand, waarvan een der hoeklijnen een opening ontmoet, kan vanzelfsprekend niet fungeren als schrankschot.

5.3. Stabiliteit in de dwarsrichting

5.3.1. De dwarsstijfheid wordt verzekerd door de spanten

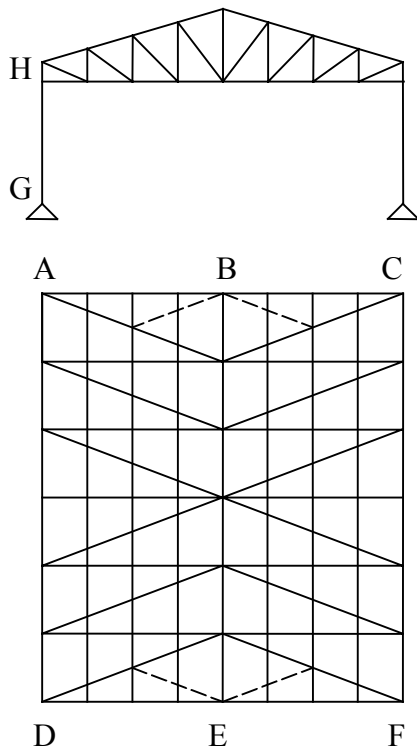


Bij onderstelling bezitten de hoofdspanten in hun vlak een toereikende stijfheid om de overdwarse stabiliteit te verzekeren. In principe zijn langsvakwerken in de dakschilden (fig. 25) dan niet nodig. Toch worden ze in de praktijk toegepast :

- ten einde de dwarse verplaatsingen van alle spanten te egaliseren;
- om de windkrachten op de zijgevels gelijkmatig in de spanten te leiden;
- om de randgordingen te onttrekken aan de directe inwerking van de wind op de zijvlakken. Wanneer de tussenafstand van de spanten betrekkelijk groot is, worden bijkomende slanke stijlen S aangebracht die onderaan rusten tegen een lichte strokenfundering en bovenaan tegen de randgordingen. Laatstgenoemde kunnen onmogelijk de reacties van de stijl opnemen, tenzij men ze overmatig zwaar en bijgevolg oneconomisch en ontegenwoordig lelijk zou uitvoeren. Het langsvakwerk biedt derhalve een technisch goede oplossing.

5.4. Over de lengte van een gebouw reikende windlijger

Thans onderstellen we dat de spanten een ontoereikende stijfheid in de dwarsrichting bezitten, doordat ze bijvoorbeeld opgebouwd zijn uit kapspanten, rustend op stijlen die scharnierend met de fundering bevestigd zijn. (fig. 26).



Figuur 26

De dwarsbelasting van een niet te lang gebouw met niet te steile dakvlakken kan grotendeels door een in die vlakken gevormde, algemene windlijger op de eindwanden AC en DF worden overgedragen. De nokgording BE (of lager geplaatste gordingen) en de randgordingen AD en CF dienen als randstaven en de spantregels dienen als stijlen voor de windlijger. Zijn diagonalen zijn speciaal aangebrachte trekstangen. Als de wind naar rechts blaast, werken de diagonalen in het linker dakschild op trek en de gording AD op druk, en werken de diagonalen in het andere dakschild en de gording CF niet. Het is andersom wanneer de wind naar links blaast. In beide gevallen werkt de nokgording op trek. De windlijger heeft natuurlijk een horizontaal steunpunt in het vlak AC en in het vlak DF. Een gemetselde kopgevel zonder grote openingen kan als zodanig fungeren voor een klein gebouw. Meestal echter is in elke eindwand een vakwerk nodig, waarvan een paar eenvoudige voorbeelden weergegeven zijn in linker benedenhoek van de figuur 25, maar waarvoor vele varianten denkbaar zijn. Wat het opnemen

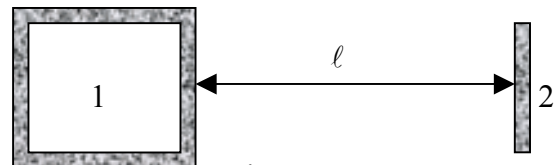
van de windbelasting van de langswanden betreft mogen we de kolommen beschouwen als staven die in H draaibaar rusten tegen de daklijger.

De windbelasting op de kopgevels kan eenvoudig opgenomen worden door de algemene windlijger te vervolledigen met een paar in de figuur 26 gestippeld aangeduide staven. Ook dan zijn er in de langswanden natuurlijk enkele diagonaalstaven nodig om de belasting verder te leiden naar de funderingen.

6. Over thermische uitzettingen...

6.1. Wanden zijn betrekkelijk buigzaam loodrecht op hun vlak en bieden weinig verzet tegen thermische lengteveranderingen van de vloeren in die richting. Een koker integendeel is stijf in alle richtingen, met het gevolg dat de thermische uitzetting $\Delta\ell$ van het vloergedeelte tussen de koker 1 en de wand 2 in de figuur 27 een horizontale verplaatsing van de wand veroorzaakt die op weinig na gelijk is aan $\Delta\ell$.

Een en ander mag in de onderdelen van het bouwwerk geen te hoge temperatuurspanningen opwekken, die aanleiding kunnen geven tot ontoelaatbare scheurvorming in beton of tot plaatselijk vloeien van stalen kolommen.



Figuur 27

Indien twee kokers zich aan de uiteinden van een lang gebouw met monolithische vloeren bevinden, kan de ontwerper ofwel de vloeren losmaken aan de omtrek van een der kokers, die hij toch nog kan gebruiken om horizontale bewegingen van de verdiepingen loodrecht op de verbindinglijn tussen de twee kernen tegen te gaan, ofwel de met de verbindinglijn evenwijdige wanden van een der liftschachten op trappenhuisen construeren als een skelet gevuld met lichte schotten, met enige speling tussen de schotten en de stijlen en regels van het skelet, ofwel een uitzettingsvoeg aanbrengen ongeveer in het midden en over de hele dwarsdoorsnede van het gebouw, in welk geval hij gebruik moet maken van de torsiestijfheid van de twee kernen.

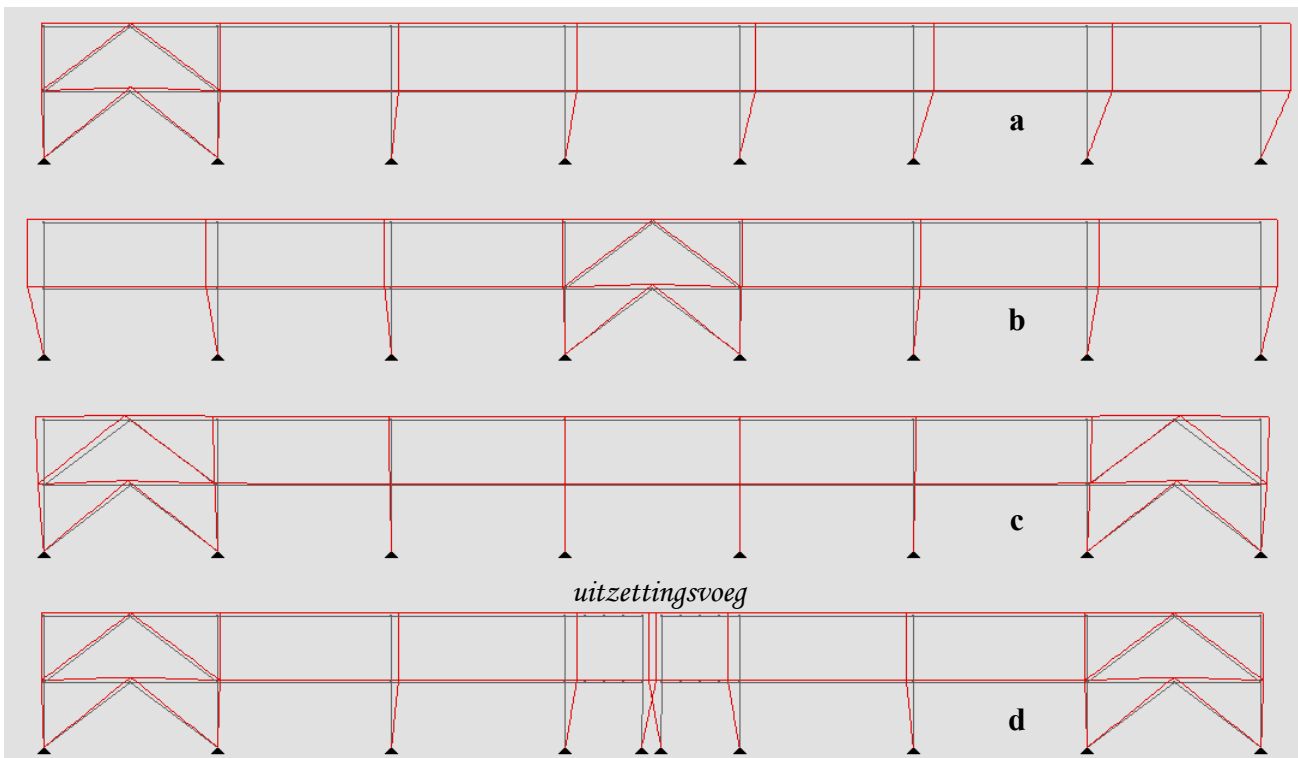
6.2. Schikking van de langsverbanden in industriële hallen

Het schema in de figuur 28a is geschikt voor relatief kleine industriële bouwwerken. Ze hebben als voordeel dat de montage zeer snel en op een continue wijze kan gebeuren vanaf de geschoorde zijde naar het andere uiteinde. De thermische dilatatie cumuleert vanzelfsprekend naar de niet geschoorde zijde.

Indien men het verband aanbrengt in het midden van het gebouw (fig. 28b), dan is het mogelijk grotere hallen te bouwen vermits de totale uitzetting voor de helft aan de linkerzijde en voor de helft aan de rechterzijde tot stand komt. Bovendien moet de windbelasting op de kopgevels slechts de helft van de lengte van het gebouw “afleggen” vooraleer ze veilig naar de fundering kan gebracht worden.

Bij een plaatsing van de verbanden nabij de beide kopgevels (fig. 28c) wordt hun windbelasting op de meest directe manier naar de fundering geleid. Van de andere kant zullen thermische uitzettingen (en inkrimpingen) niet ongehinderd geschieden: door de hyperstaticiteit worden de langsregels tussen de windverbanden bij een temperatuursverhoging samenge-drukt en moeten de verbanden terzelfder tijd tegen de som van alle belemmerde krachtswerkingen in die regels bestand zijn. Voor grote bouwwerken kan het nodig zijn om een dilatatievoeg aan te brengen (fig. 28d). De maximale lengte van een bedrijfsgebouw zonder dilatatievoeg is uiteraard afhankelijk van de gebruikte materialen en van de constructiedetails: ruw geschat bedraagt ze 40 à 60 meter.

De lezer wordt aangemoedigd om even na te denken op welke wijze de thermische spanningen berekend kunnen worden. Dat ze hoog kunnen oplopen wordt duidelijk als men bedenkt dat de volledige verhindering van de uitzetting van een 40 m lang IPE 300 profiel bij een temperatuurstijging van 30 °C ten opzichte van de toestand bij montage, $\Delta\ell = \alpha_t \cdot \Delta T \cdot \ell = 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 30 \cdot 4000 = 1,44\text{cm}$, een kracht vergt die gelijk is aan $F = EA \cdot \alpha_t \cdot \Delta T = 21000 \cdot 53,8 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 30 = 407\text{kN}$.



Figuur 28