HOGESCHOOL ROTTERDAM

IBB

ribNAT01

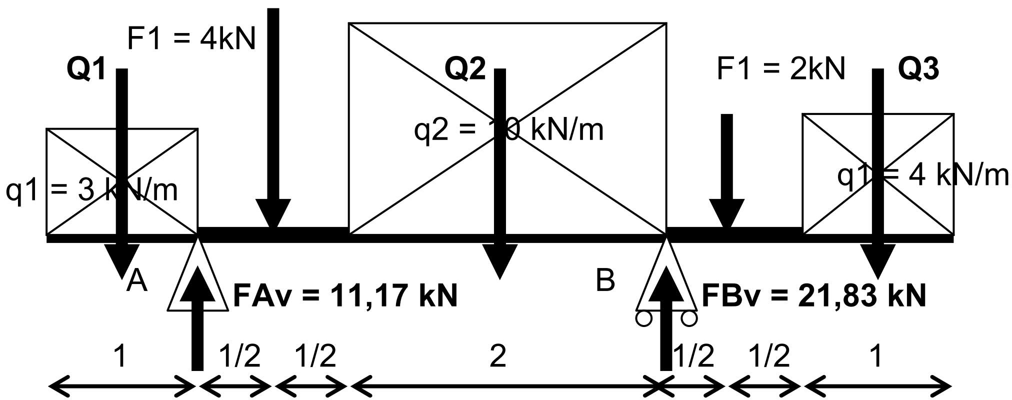
Bijspijker Natuurkunde

Week 04

Week 04

- **Theorie:** Momentstelling & Evenwichtsvoorwaarden
  Spanningsleer
  Horizontale en verticale schuifkrachten.
- **Onderwerp:** D-lijnen, dwarskracht, schuifkracht
- **Opdracht:** Bereken de dwarskrachten en teken de D-lijnen van de liggers. Bereken en controleer de schuifspanningen
- **Boek:** F.Vink, hst. 8 + 17 + opgaven

Toets



Q1 =   3 * 1 = 3   kN

Q2 = 10 * 2 = 20 kN

Q3 =   4 * 1 =   4 kN

ΣM t.o.v. A = 0

+3 * ½ - 4 * ½ - 20 * 2 – 2 * 3 ½ - 4 * 4 ½ + 3F_B = 0

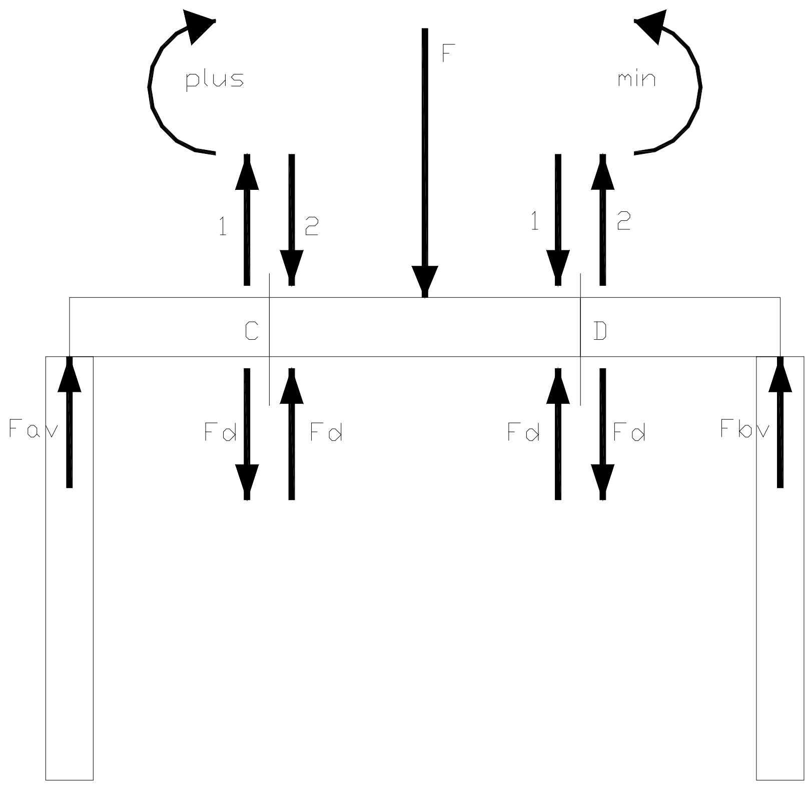
F_B = 21,83 kN

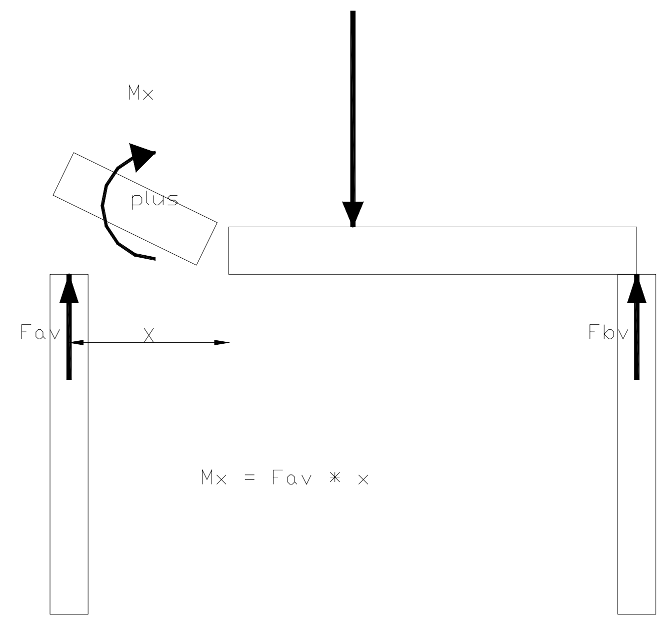
ΣFv = 0

-F_A + 3 + 4 + 20 – 21,83 + 2 + 4 = 0

F_A = 11,17 kN

Inwendige kracht in lineaire constructiedelen





Inwendig moment

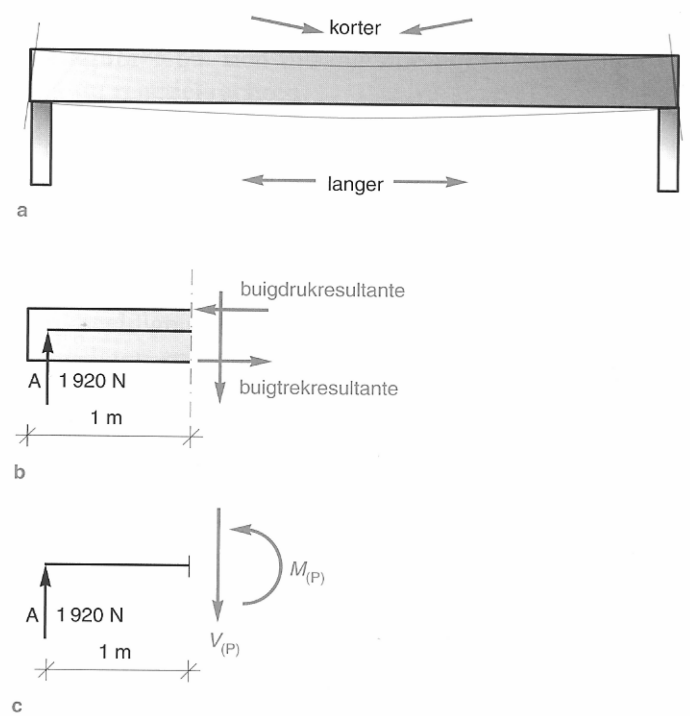
Aanschouwen we het linkerdeel, dan zien we dat dit linkerdeel gaat roteren.

In de doorsnede moeten dus krachten werken die deze rotatie tegen gaan.

Doordat de ligger door een externe kracht, loodrecht op de doorsnede, wordt gebogen door, ondergaan de bovenste vezels een verkorting en de onderste vezels een verlenging.

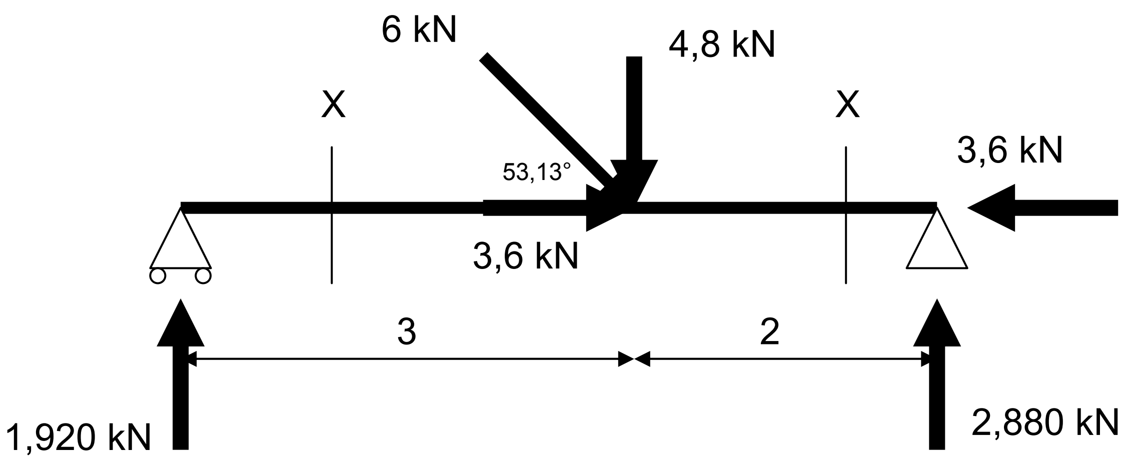
Daardoor wordt op de bovenste vezels een drukkracht en op de onderste vezels een trekkracht uitgeoefend.

De resultante van deze trek- en drukkrachten vormen samen een koppel dat het inwendige moment Mp wordt genoemd.
Dit inwendig moment gaat dus de rotatie tegen.



Berekening inwendig moment Mp
ΣM t.o.v P = 0
-1920 * 1 + Mp = 0
Mp = 1920 Nm

Inwendige krachten – links van de puntlast



Het is mogelijk om op elke plaats van de ligger de inwendige krachten te berekenen. Om in één oogopslag te kunnen zien hoe het verloop van de inwendige krachten in de constructie is worden ze in grafieken weergegeven

Inwendige krachten – links van de puntlast

- **Het punt X links van de puntlast.**

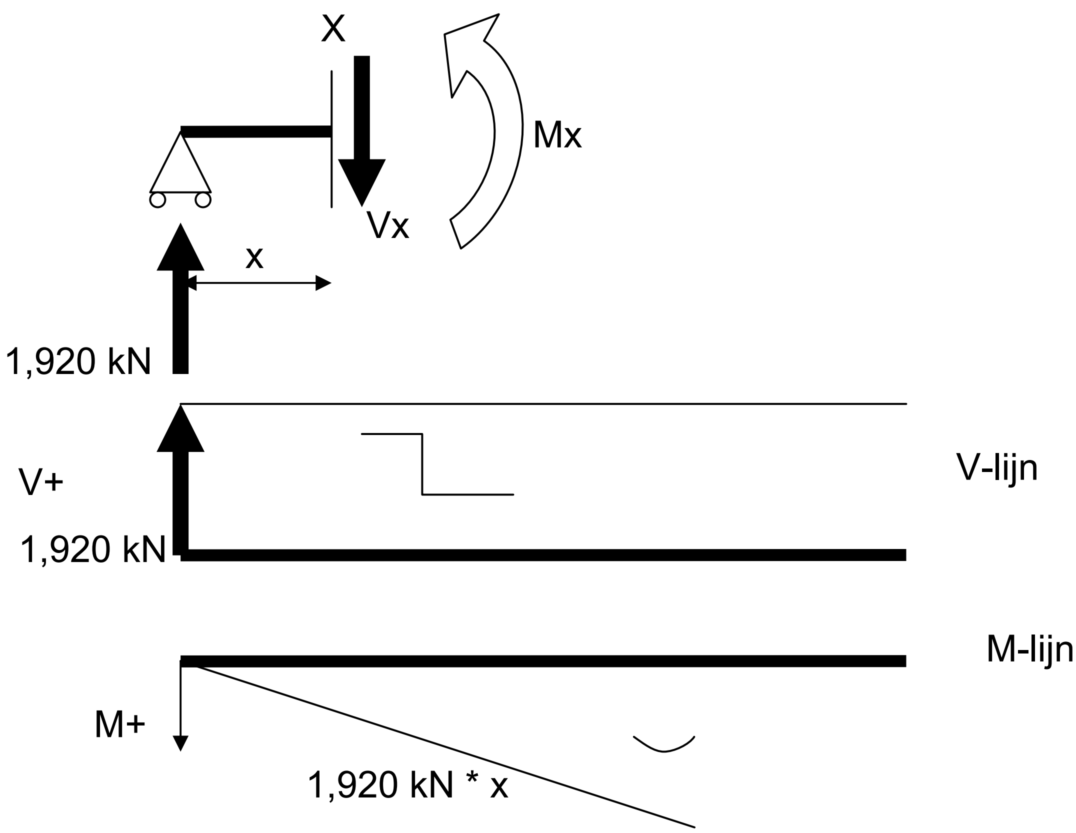
- **ΣFv = 0**
- $-1920 + V_X = 0$
- $V_X = 1920$ N
- In het antwoord komt de variabel X niet meer voor.
- De dwarskracht is dus niet afhankelijk van X en heeft dus een constante waarde op het deel links van de puntkracht.

- **ΣFh=0**
- In het beschouwde deel is geen horizontale kracht. De normaalkracht is dus nul.

Inwendige krachten – links van de puntlast

- **ΣM t.o.v X = 0**
- -1920 * x + MX = 0
- MX = 1920 * x
- Mx wordt groter als x groter wordt.
- Het moment kan dus beschouwd worden als een functie van de afstand.
- Het moment kan dus worden genoteerd als M(x): het moment als functie van x.

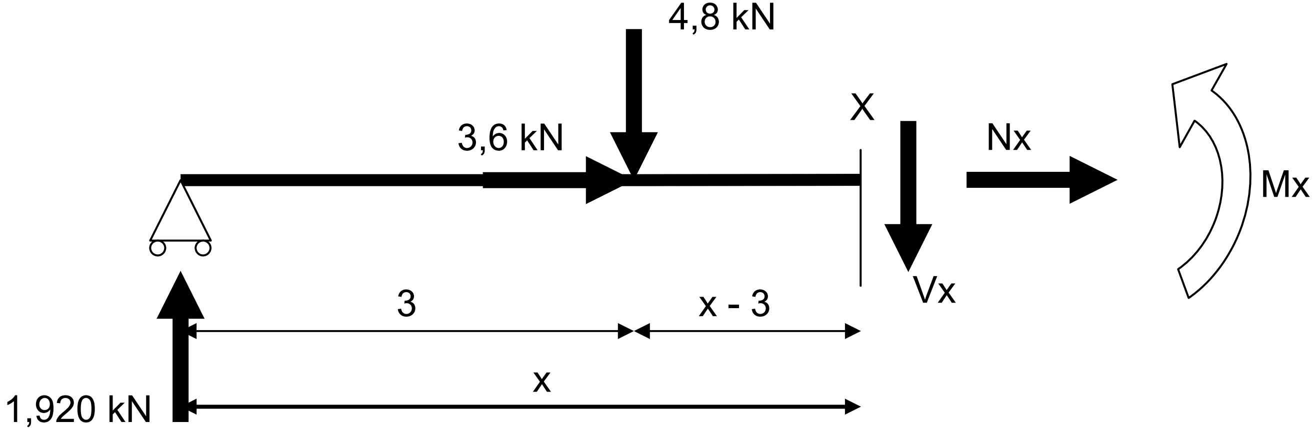
Inwendige krachten – links van de puntlast



Inwendige krachten – rechts van de puntlast

- **Het punt X rechts van de puntlast**
- **ΣFv = 0**
- -1920 + 4800 + VX = 0
- VX = - 2880 N
- De dwarskracht is ook hier constant, maar negatief. Hij moet dus aan de andere zijde van de nullijn getekend worden.

Inwendige krachten – rechts van de puntlast



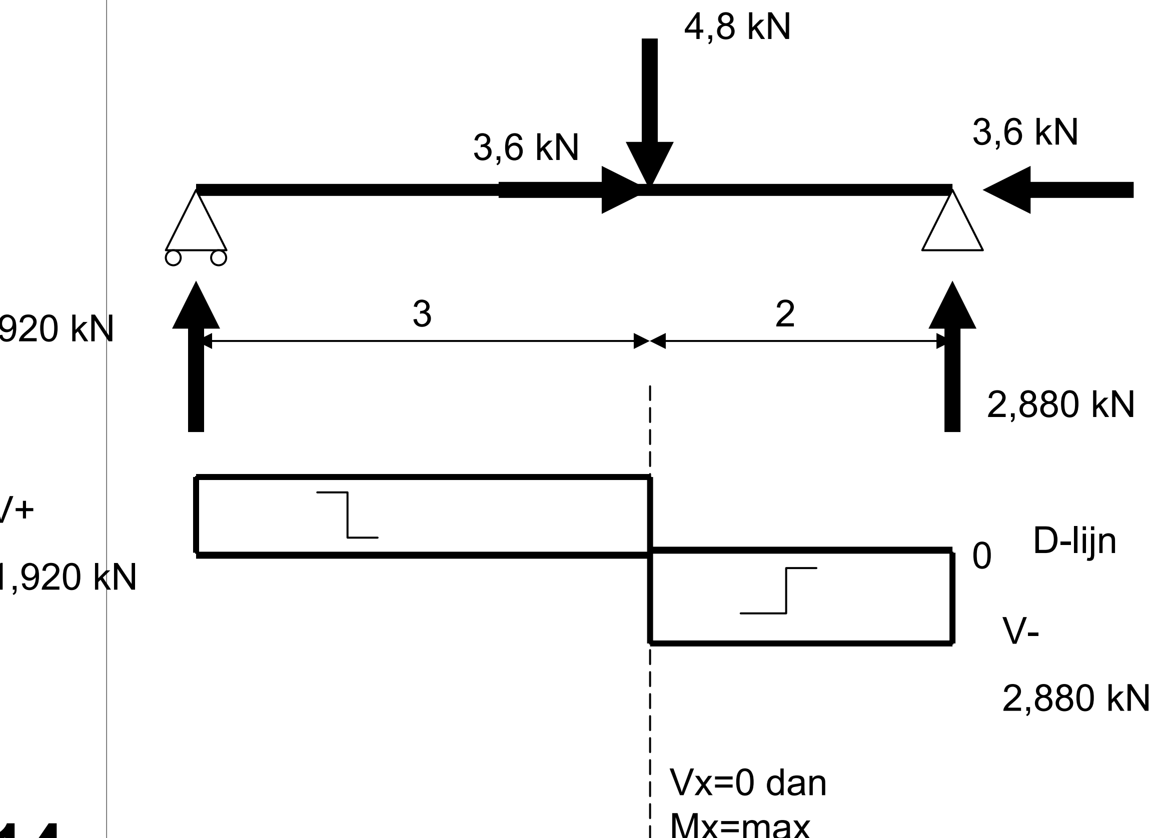
Inwendige krachten – rechts van de puntlast

- **ΣM t.o.v X = 0**
- -1920 * x + 4800 * (x – 3) + MX = 0
- MX = - 2880 * x + 14400
- Het moment is ook nu lineair afhankelijk van x. De grafiek gaat echter niet door de oorsprong, maar snijdt de verticale as bij 14400 Nm.
- De richtingscoefficient is – 2880 (was 1920). De grafiek vertoont op de plaats van de puntlast een knik.
- Het moment is maximaal op de plaats van de puntlast, dus als x = 3.
- De waarde kan worden uitgerekend met het functievoorschrift van het linkerdeel;
- Mmax = M(3) = 1920 * 3 = 5760 Nm

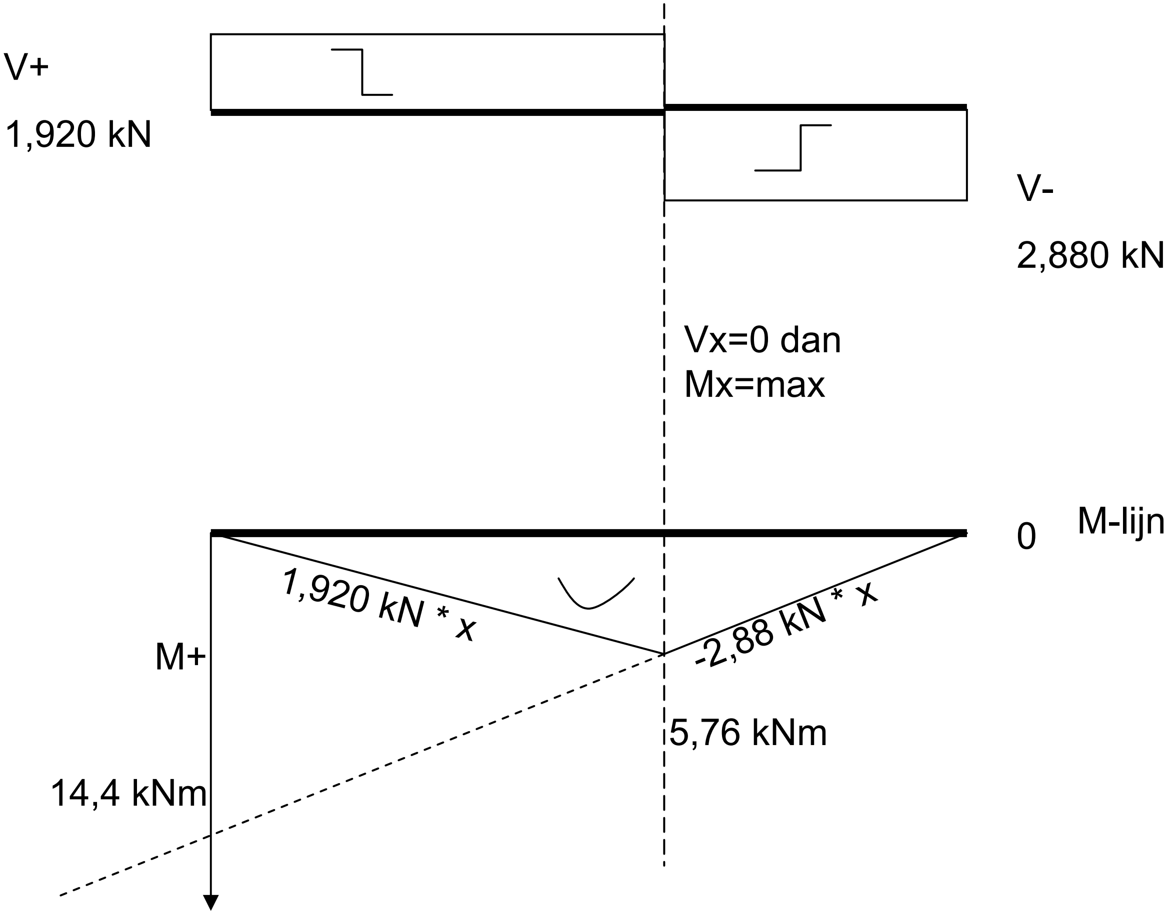
Inwendige krachten – rechts van de puntlast

- **$\Sigma Fh=0$**
- $+3600 + Nx = 0$
- $Nx = -3600$ N
- Aangenomen was dat de normaalkracht van de snede af gericht was. Het antwoord is negatief, dus de kracht is naar de snede toe gericht.
- Er heerst in het liggerdeel rechts van de puntlast dan een drukkracht van 3600 N

Inwendige krachten - Dwarskrachtenlijn



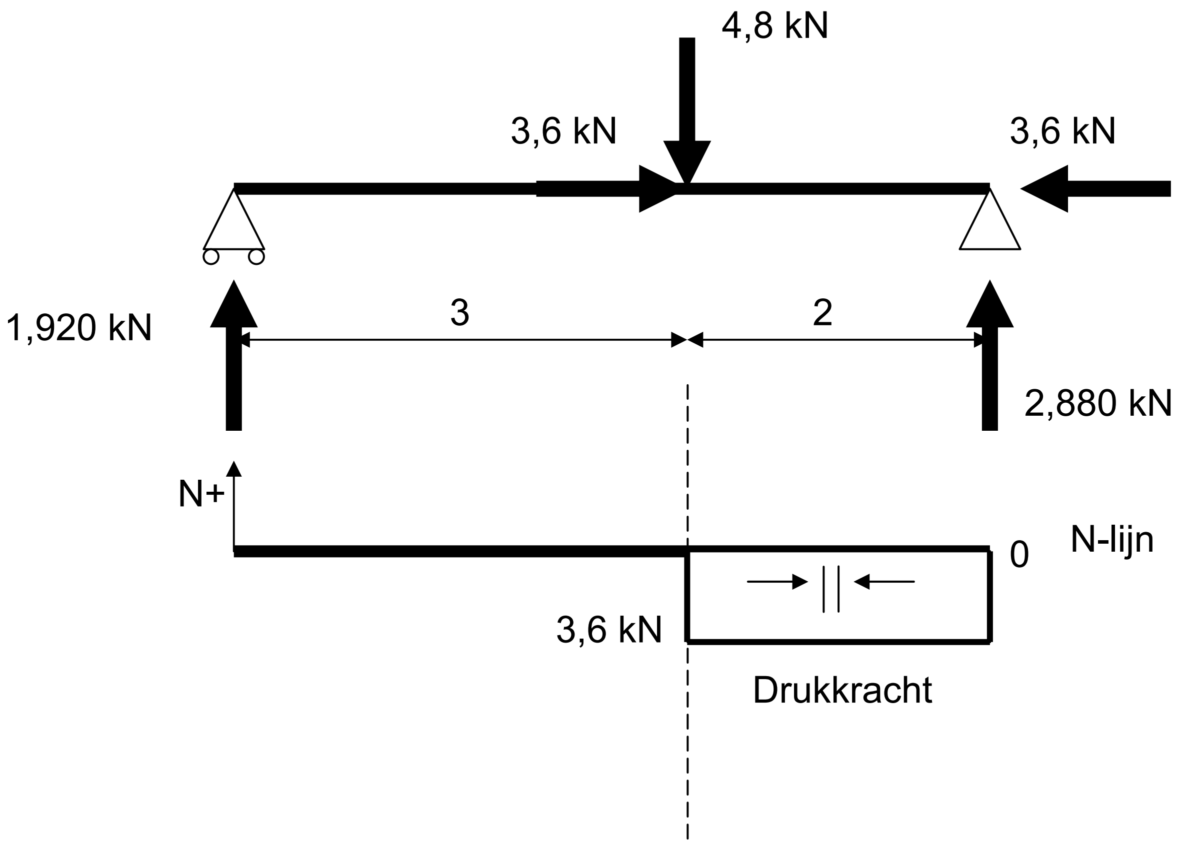
Inwendige krachten - Momentenlijn



Vmax = 2,88 kN

Mmax = 5,76 kN

Inwendige krachten - Normaalkrachtenlijn



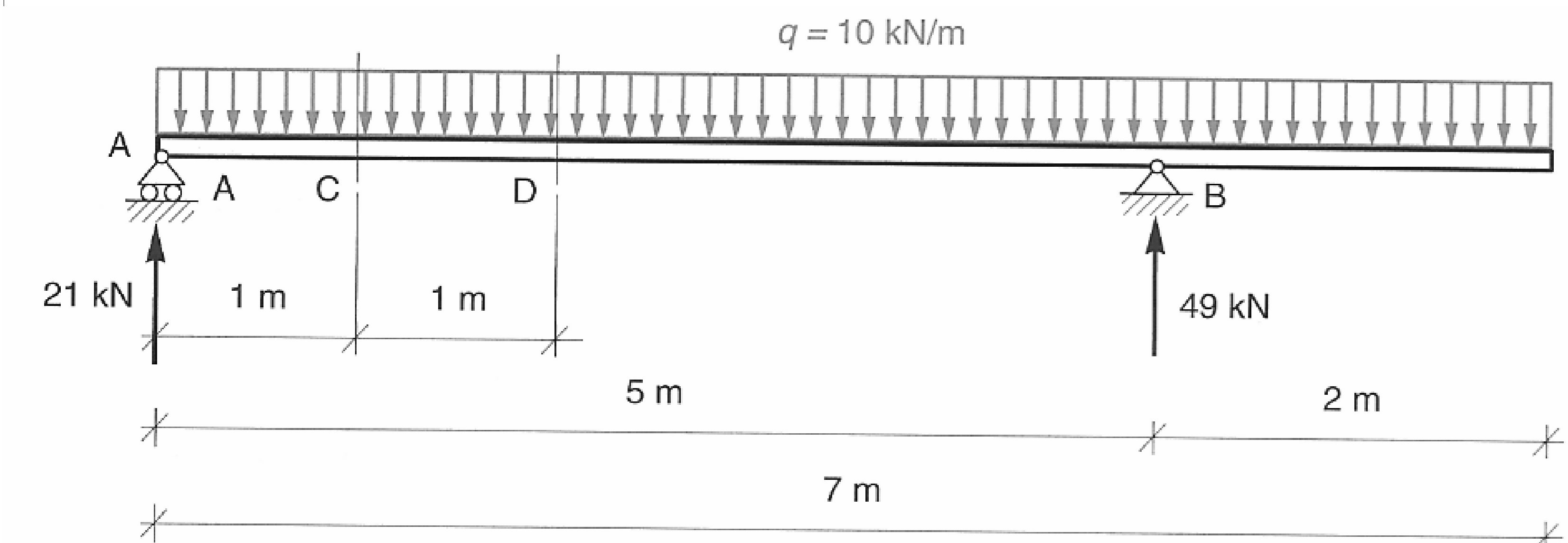
Drukkracht

=

Normaalkracht

Druk = -
Trek = +

Verdeelde belasting



Verdeelde belasting

Reactiekrachten

ΣM tov A = 0

- -10 * 5 * 2.5 -10 * 2 * 6 + FvB * 5 = 0
- FvB = 49 kN

ΣFv = 0

- 70 – 49 – FvA = 0
- FvA = 21 kN

Verdeelde belasting

De inwendige krachten in punt C op 1 m vanaf A
Snede aanbrengen in punt C, rechterdeel weglaten.

ΣFh = 0

- Er zijn geen horizontale krachten, Nc = 0

ΣFv = 0

- -21 + 10 * 1 + Vc = 0
- Vc = 11 kN

ΣM t.o.v. C = 0

- -21 * 1 + 10 * 1 * 0.5 + Mc = 0
- Mc = 16 kNm

Verdeelde belasting

De inwendige krachten in punt D op 2 m vanaf A
Snede aanbrengen in punt D, rechterdeel weglaten

<u>ΣFh = 0</u>

- Er zijn geen horizontale krachten, $N_D = 0$

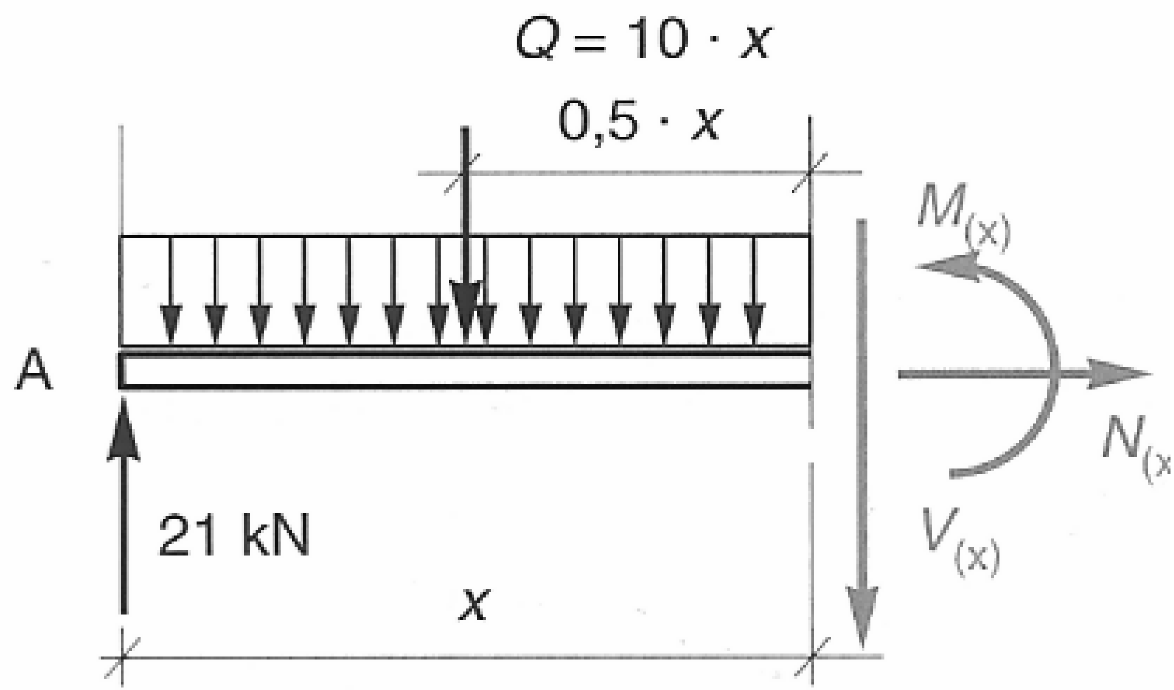
<u>ΣFv = 0</u>

- $-21 + 10 * 2 + V_D = 0$
- $V_D = 1$ kN

<u>ΣM t.o.v. D = 0</u>

- $-21 * 2 + 10 * 2 * 1 + M_D = 0$
- $M_D = 22$ kNm

Verdeelde belasting



Verdeelde belasting

Het blijkt dus dat voor een willekeurige doorsnede op afstand x vanaf A geldt:

<u>ΣFh = 0</u>
Er zijn geen horizontale krachten, Nx = 0

<u>ΣFv = 0</u>
-21 * 10 * x + Vx = 0
Vx =   21 – 10x kN

Vx = -10x + 21 kN

<u>ΣM t.o.v. X = 0</u>
-21 * x + 10 * x * x/2 + Mx = 0
Mx = $21x – 5x^2$ kNm

Mx = - $5x^2$ + 21x kNm

De V-lijn is nu een lineaire functie van x.
De M-lijn is nu een kwadratische functie van x.

Verdeelde belasting

Voor het liggerdeel rechts van oplegging B
(*let op negatieve snede. De positief inwendige krachten werken dus tegengesteld aan de as-richtingen)*

<u>ΣFv = 0</u>

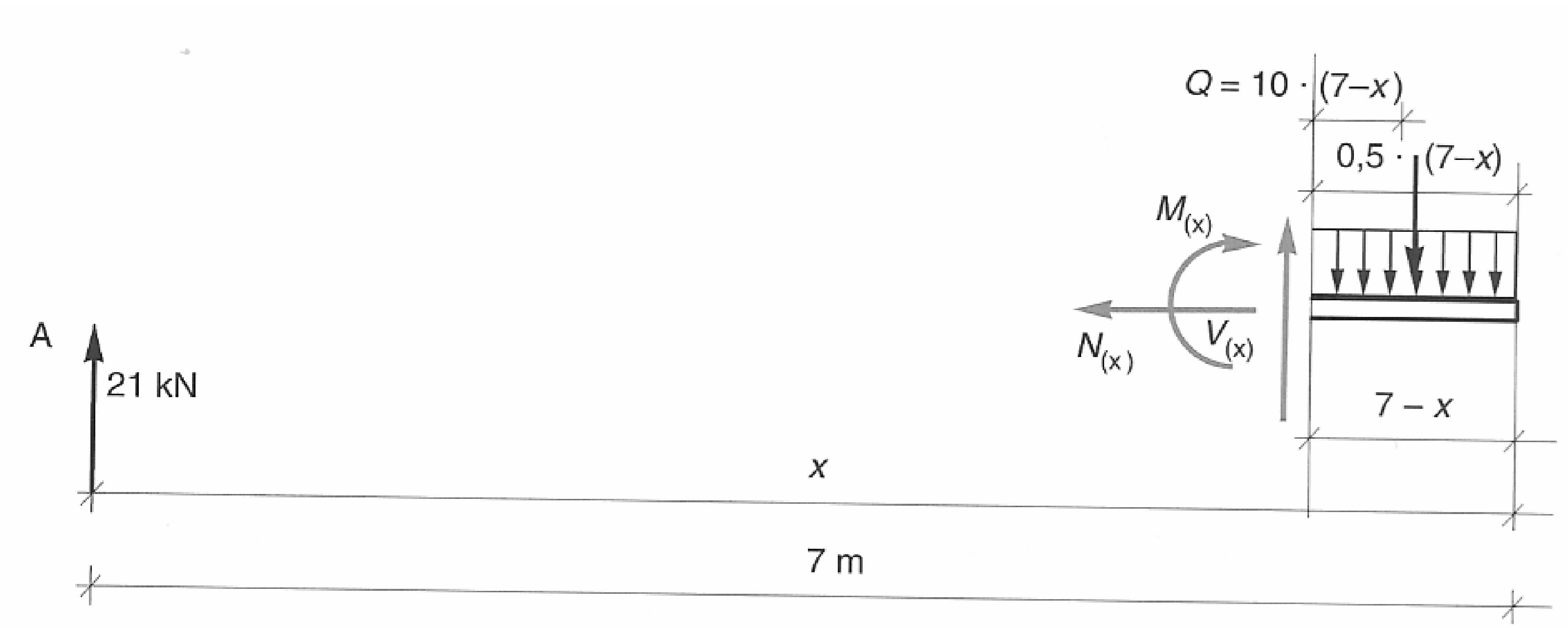
- $-V_x + 10 * (7 - x) = 0$
- $V_x = 70 - 10x$ kN

<u>ΣMx = 0</u>

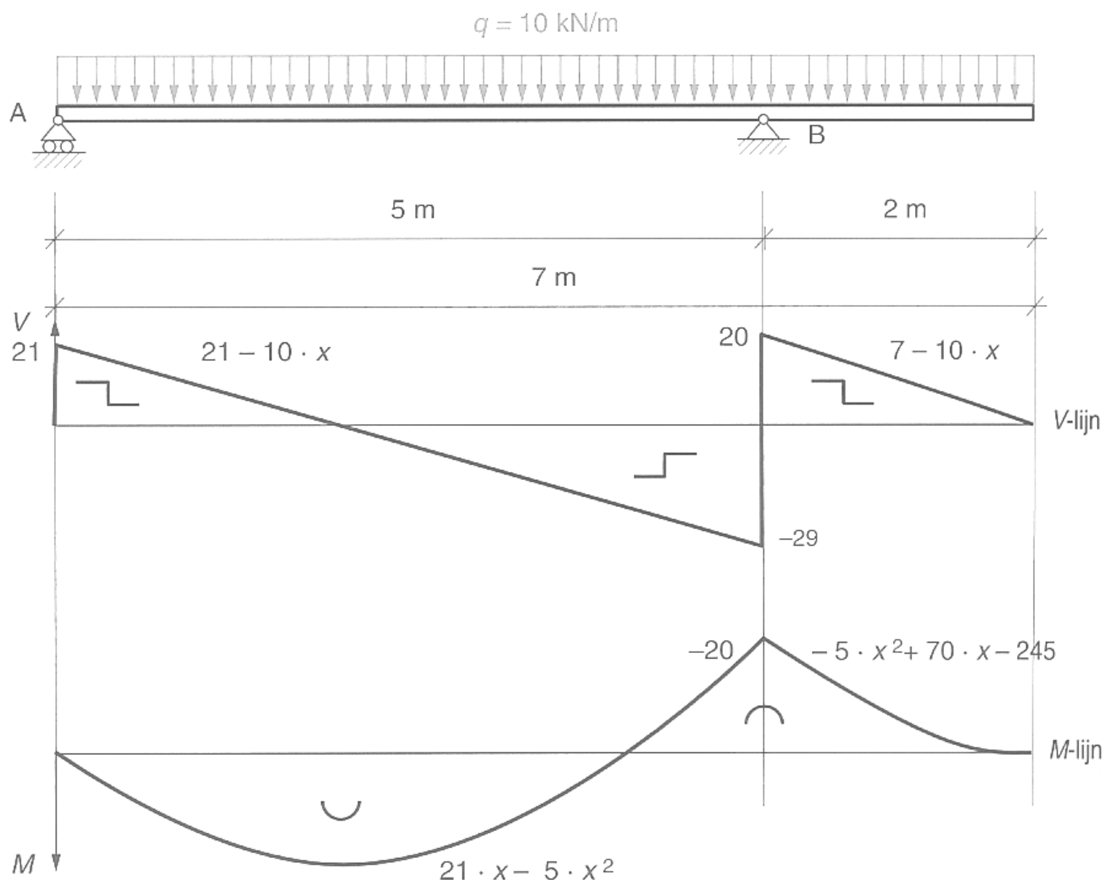
- $-M_x - 10(7-x) * ((7-x)/2) = 0$

- $M_x = -5x^2 + 70x - 245$ kNm

Verdeelde belasting



Verdeelde belasting

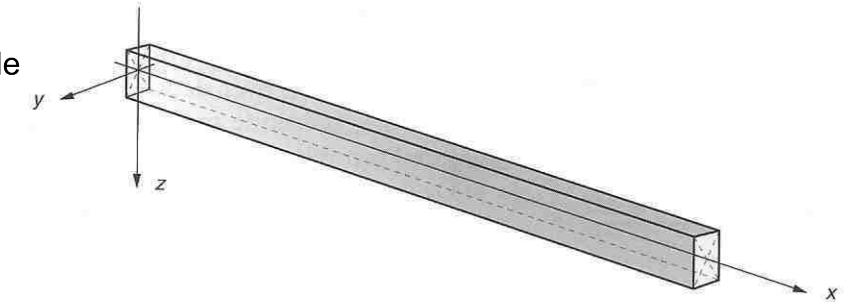


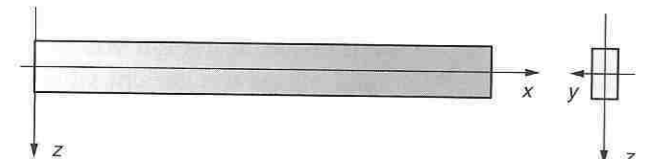
Tekensymbolen

De x –as in lengterichting van de ligger.
De y – as loodrecht op de lengteas
De z-as naar beneden gericht.

Positieve asrichtingen

In het x-z vlak bevindt zich dan de langsdoorsnede van de
In het y-z vlak bevindt zich dan de dwarsdoorsnede.

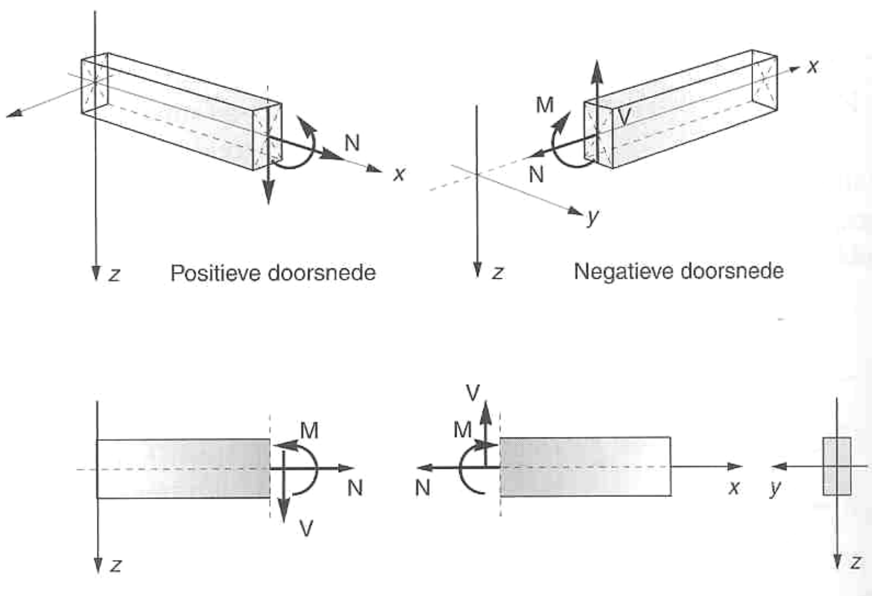




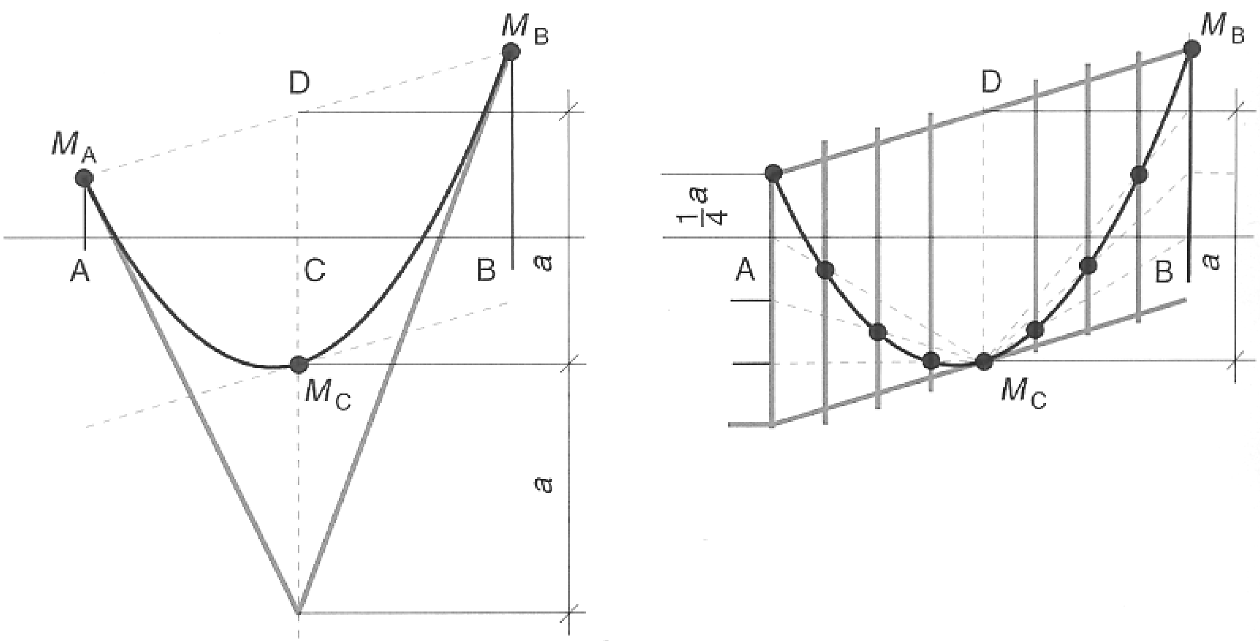
Tekensymbolen

Op het linkerdeel van de snede werken de positief genoemde inwendige krachten in de positieve richting van de assen, daarom heet dit deel **de positieve doorsnede.**

De positief genoemde inwendige krachten op het rechterdeel werking in negatieve richting van de assen, dit deel wordt daarom **de negatieve doorsnede** genoemd



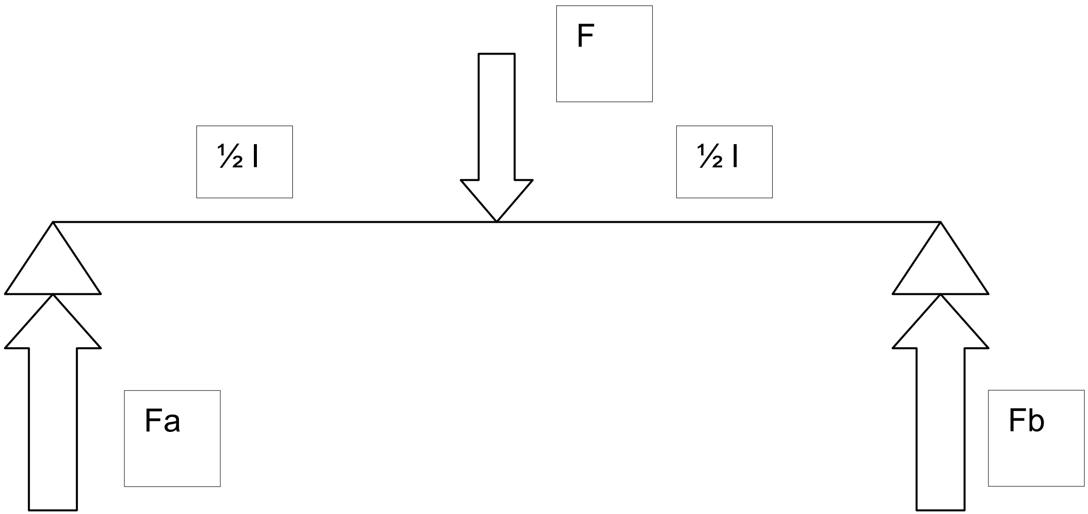
Tekenen van een parabolische momentenlijn



a

b

Geconcentreerde belasting



Geconcentreerde belasting

ΣM to.v. A = 0

- $- F * \frac{1}{2} l + F_b * l = 0$
- $F_b * l = \frac{1}{2} Fl$
- $F_b = \frac{1}{2} F$

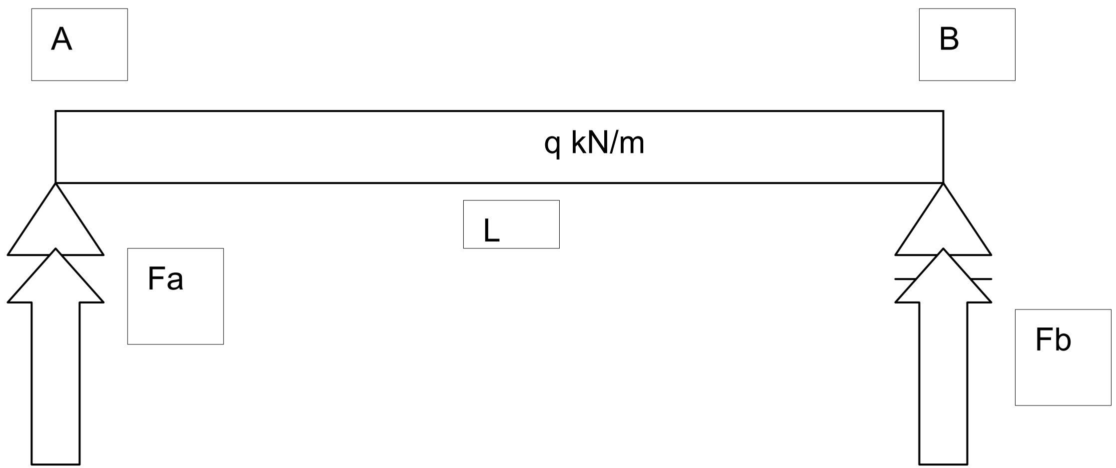
$\Sigma F_v = 0$

- $F - \frac{1}{2} F - F_a = 0$
- $F_a = \frac{1}{2} F$

Maximaal moment

- $M = \frac{1}{2} F * \frac{1}{2} l$
- $M = \frac{1}{4} Fl$

Gelijkmatig verdeelde belasting



Gelijkmatig verdeelde belasting

ΣM to.v. A = 0

- $- q * l * ½ l + Fb * l = 0$
- $Fb * l = q * l * ½ l$
- $Fb = ½ ql$

ΣFv = 0

- $q * l – ½ ql – Fa = 0$
- $Fa = ½ ql$

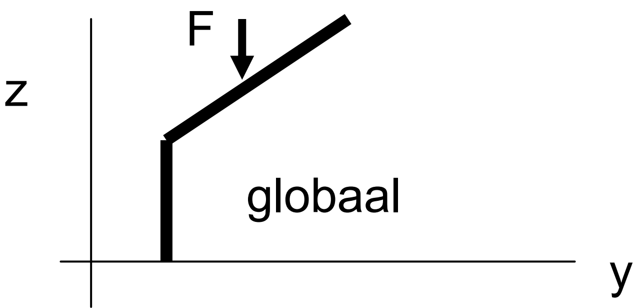
Maximaal moment

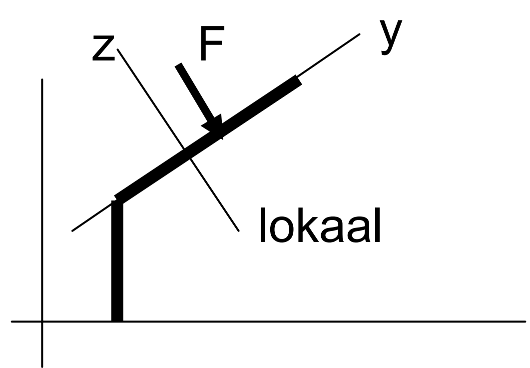
- $M = (½ ql)/2 * ½ l$
- $M = 1/8 ql2$

Assenstelsels

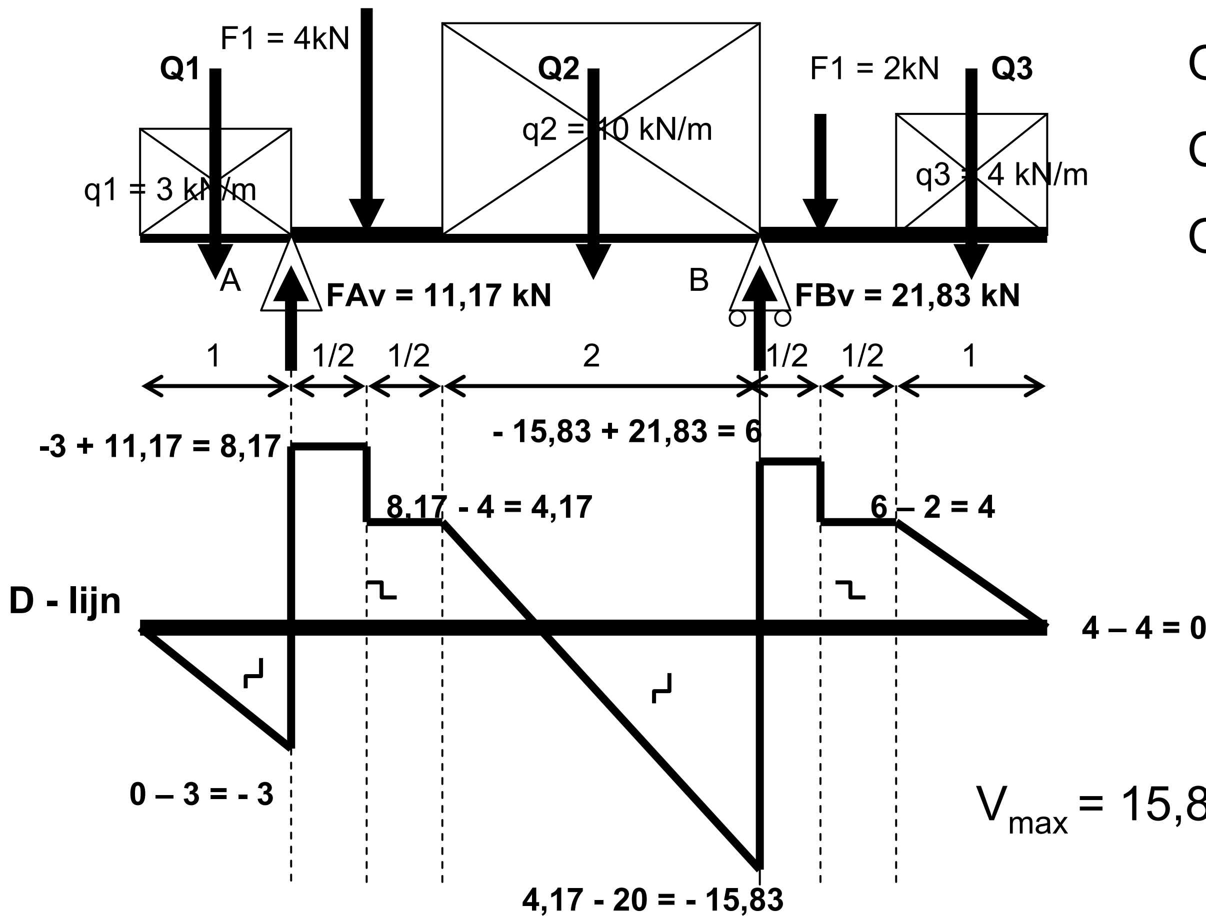
Globaal assenstelsel
Met het globaal assenstelsel wordt de geometrie van de constructie vastgelegd. Ook zijn de hoofdrichtingen van de belastingen en de reactiekrachten vastgelegd.

Lokaal assenstelsel
Met het lokaal assenstelsel wordt de richtingen van de afzonderlijke constructiedelen vastgelegd. Met name voor het bepalen van de krachtswerking in en op de constructiedelen wordt dit assenstelsel toegepast.





Voorbeeld D - lijn



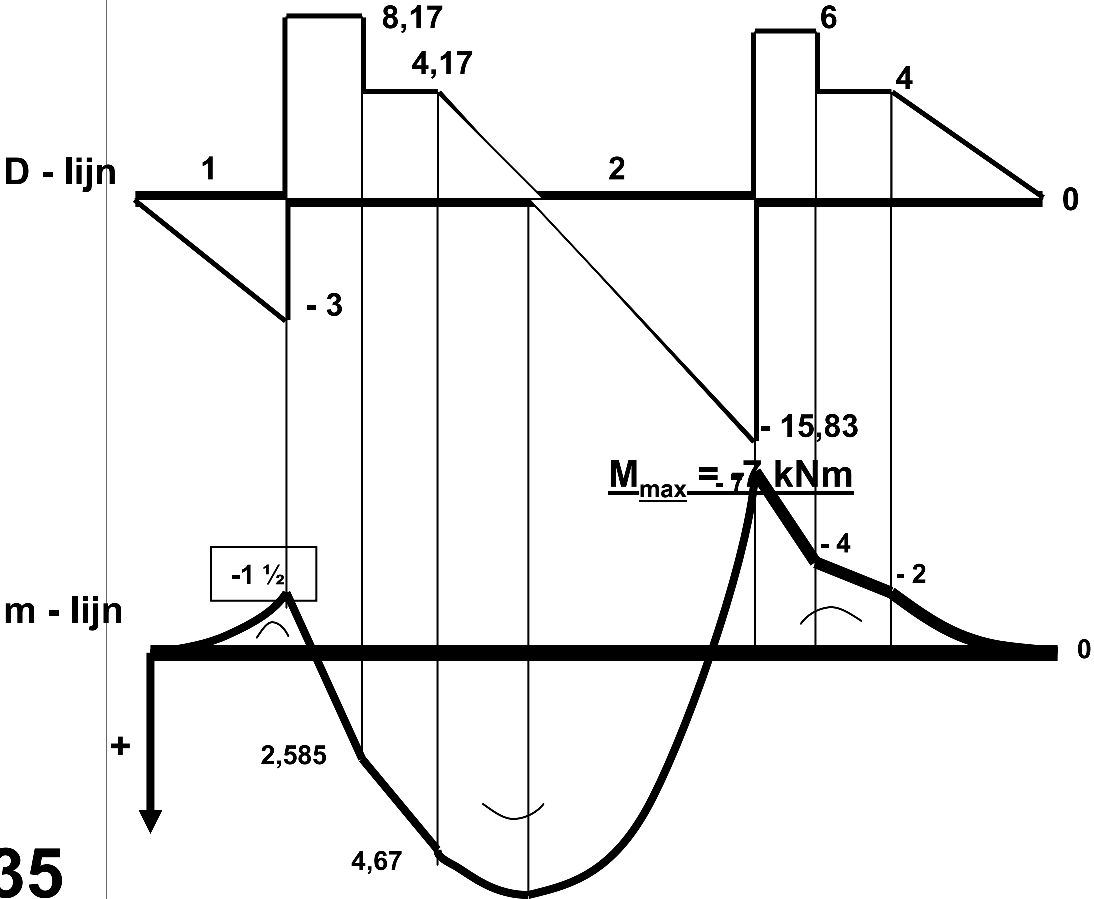
Q1 = 3 * 1 = 3 kN

Q2 = 10 * 2 = 20 kN

Q3 = 4 * 1 = 4 kN

V_{max} = 15,83 kN

Voorbeeld M - lijn



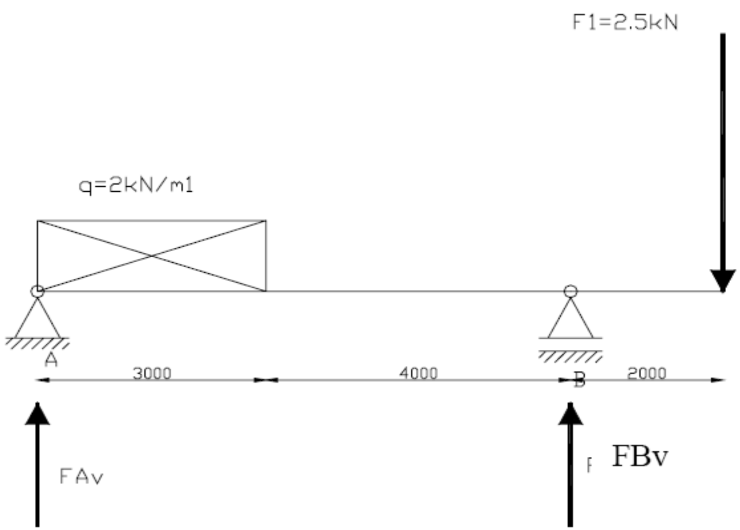
MOMENTEN

- (3 * 1) * ½	= - 1 ½
-1 ½ + (8,17 * ½)	= 2,585
2,585 + (4,17 * ½)	= 4,67
4,67 + ((4,17 * 0,417)* ½)	= 5,539
5,539 -((1,538 * 15,83) * ½	= - 7
-7 + (6 * ½)	= - 4
- 4 + (4 * ½)	= - 2
- 2 +(4 * ½)	= 0

Voorbeeld#1

De analytische methode

Bij toepassing van deze methode gaan we uit van de drie evenwichtsvoorwaarden.



Gevraagd;
Belasting en aangrijpingsafstand van de resultante
De reactiekrachten

Voorbeeld#1

Oplossing
Q = q * 3
Q = 2 * 3
Q = 6 kN
Fr = Q + F1
Fr = 6 + 2.5
Fr = 8.5 kN

Σ M = 0 t.o.v. A

-Q * 1.5 – F1 * 9 + FBv * 7 = 0

-6 * 1.5 – 2.5 * 9 = -FBv * 7

-31.5 = -FBV * 7

FBv = -31.5 / 7
FBv = 4.5 kN

Σ Fv = 0

+Fr – FAv – FBv = 0
8.5 – 4.5 = FAv

FAv = 4 kN

Σ Fh = 0
Er zijn geen horizontale krachten, dus de horizontale krachten zijn nul, dus er is horizontale evenwicht.

Aangrijpingspunt van de resultante

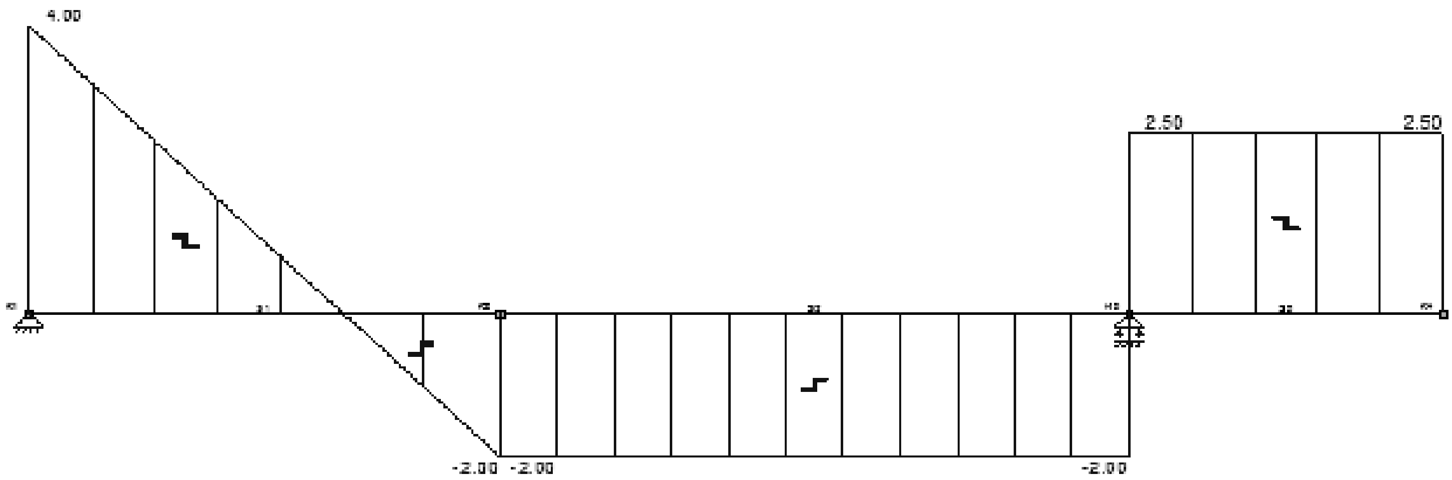
Σ M = 0 t.o.v. A

-Q * 1.5 – F1 * 9 = -Fr * x
-6 * 1.5 – 2.5 * 9 = - 8.5 * x
-31.5 = -8.5 * x

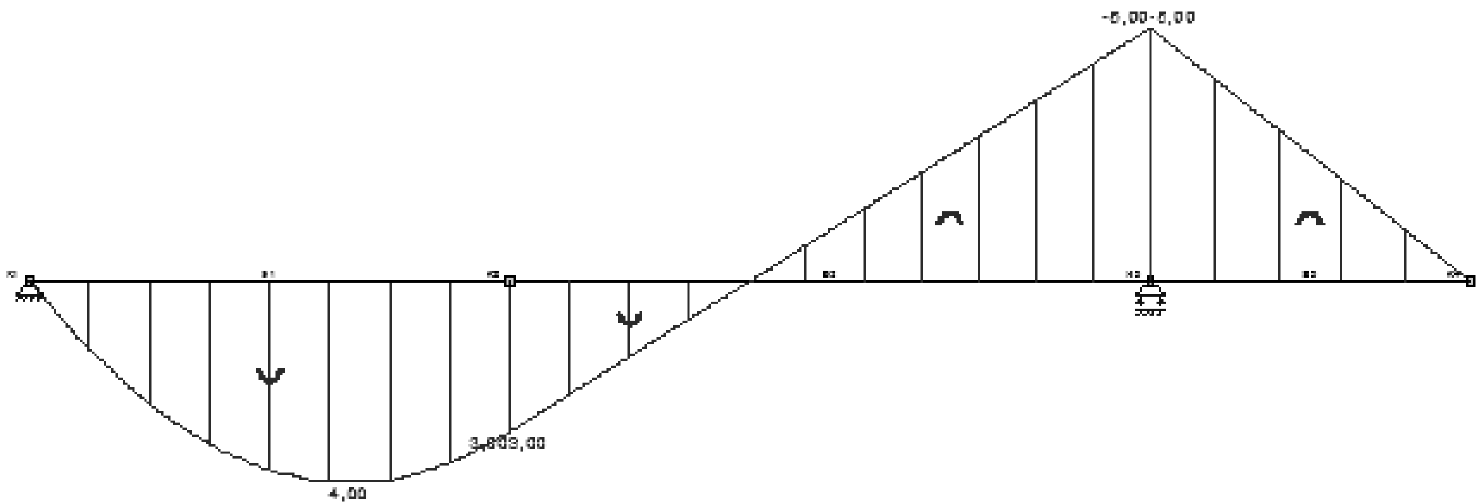
x = -31.5 / -8.5

x = 3.71 m

Voorbeeld#1 - Dwarskrachtenlijn



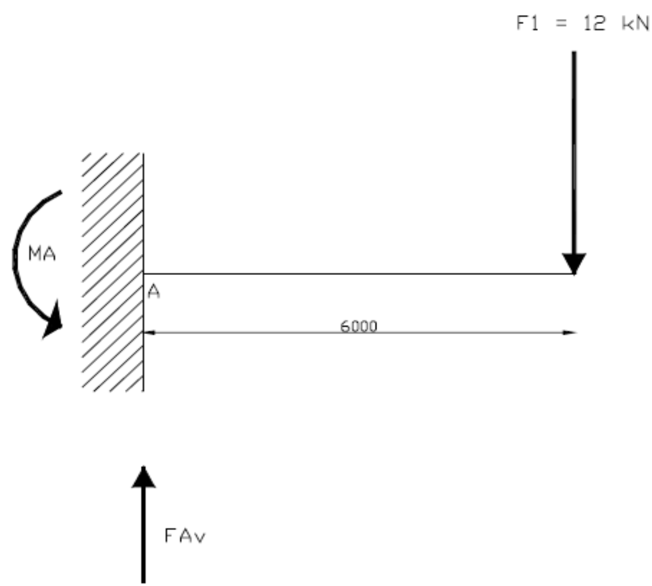
Voorbeeld#1 - Momentenlijn



Voorbeeld#2

Voorbeeld 2

Inklemming met puntlast



Voorbeeld#2

Σ M t.o.v. A = 0

$-F1 * 6 + MA = 0$

$-12 * 6 = - MA$

$MA = 72$ kNm

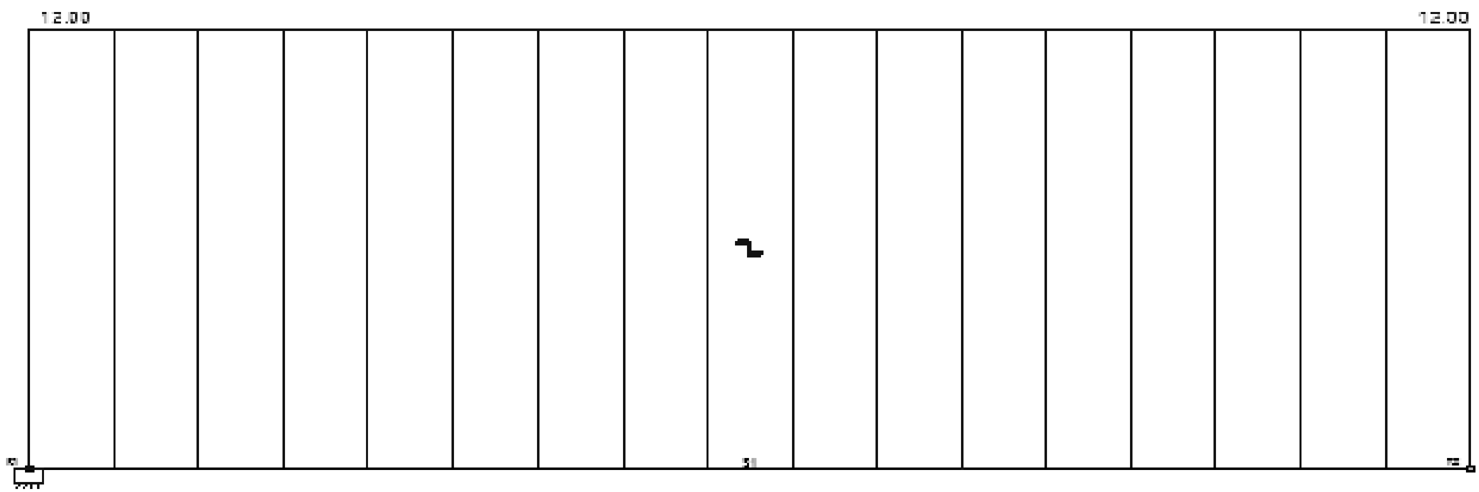
ΣFv = 0

$+ F1 – Fav = 0$

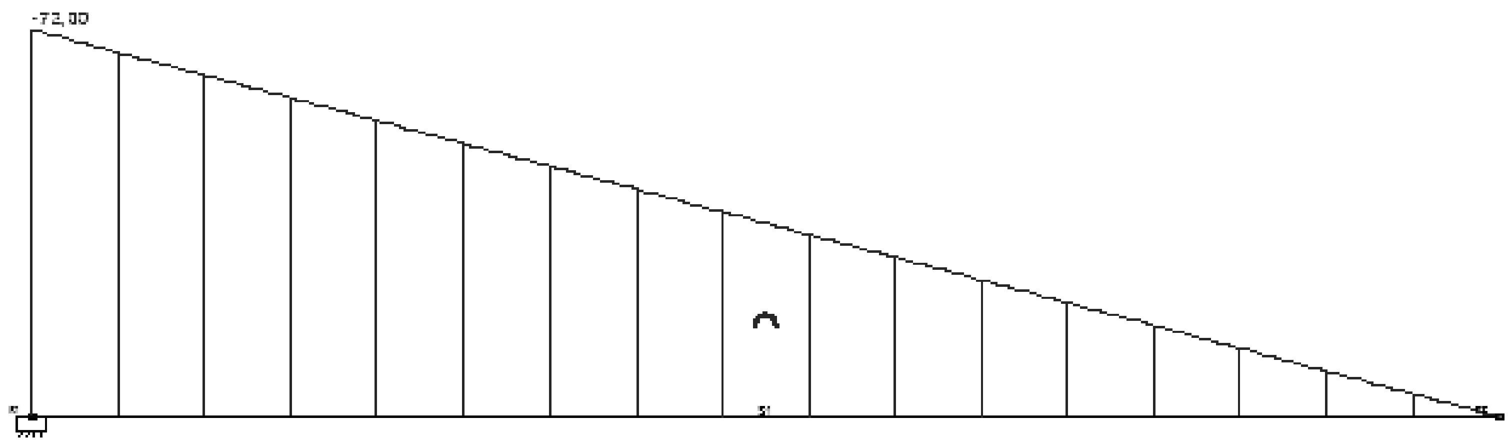
$F1 = FAv = 12$ kN

ΣFh = 0
Er zijn geen horizontale krachten (de som = 0)

Voorbeeld#2 - Dwarskrachtenlijn



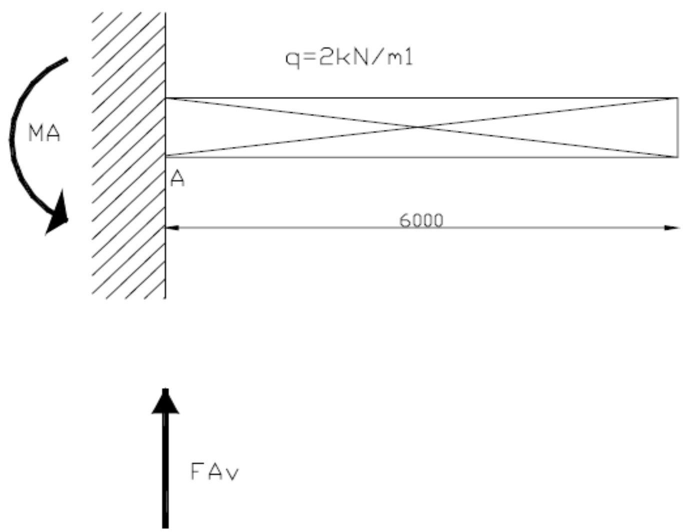
Voorbeeld#2 - Momentenlijn



Voorbeeld#3

<u>Voorbeeld 3</u>

Inklemming met een gelijkmatige verdeelde belasting



Voorbeeld#3

Oplossing

Q = 2 * 6
Q = 12 kN

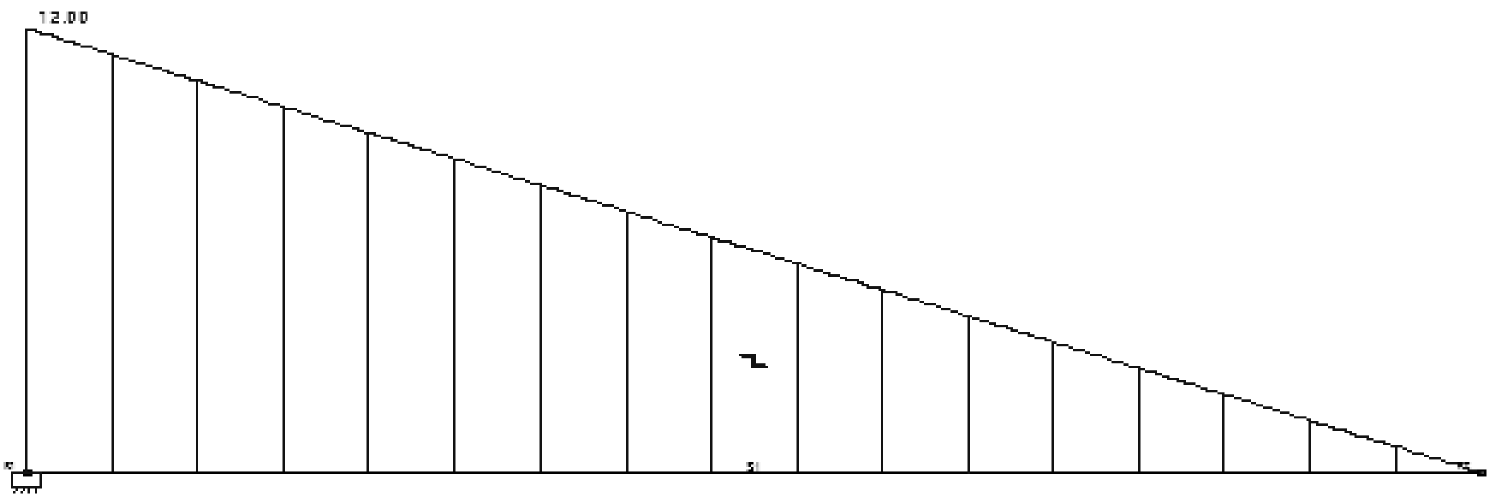
Σ M t.o.v. A = 0

-12 * 3 + MA = 0

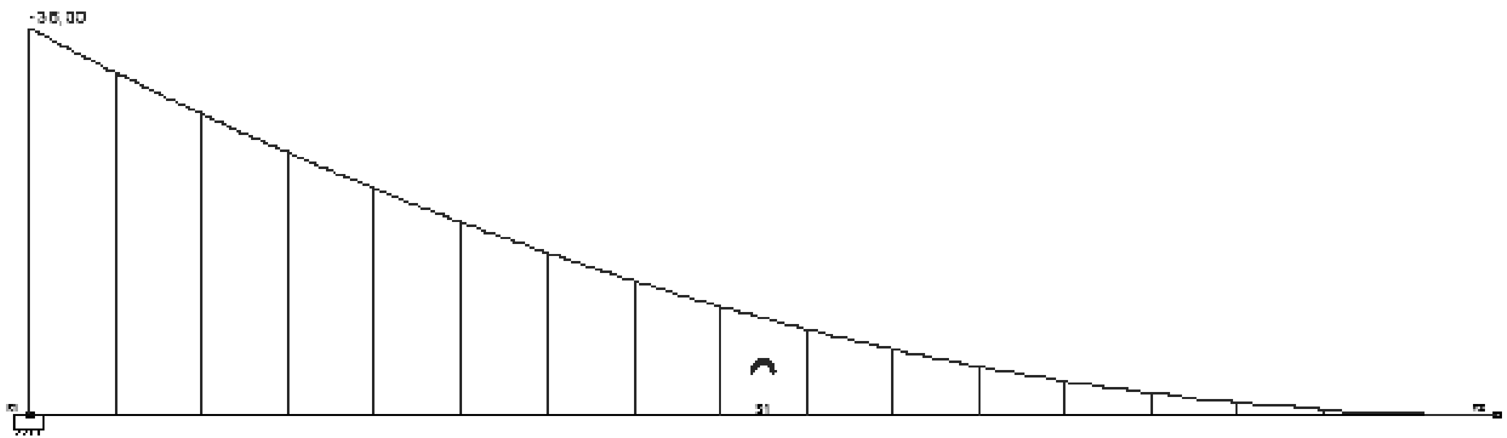
-36 + MA = 0
MA = 36 kNm

ΣFv = 0
Q – FAv = 0
12 – FAv =0
FAv = 12kN

Voorbeeld#3 - Dwarskrachtenlijn

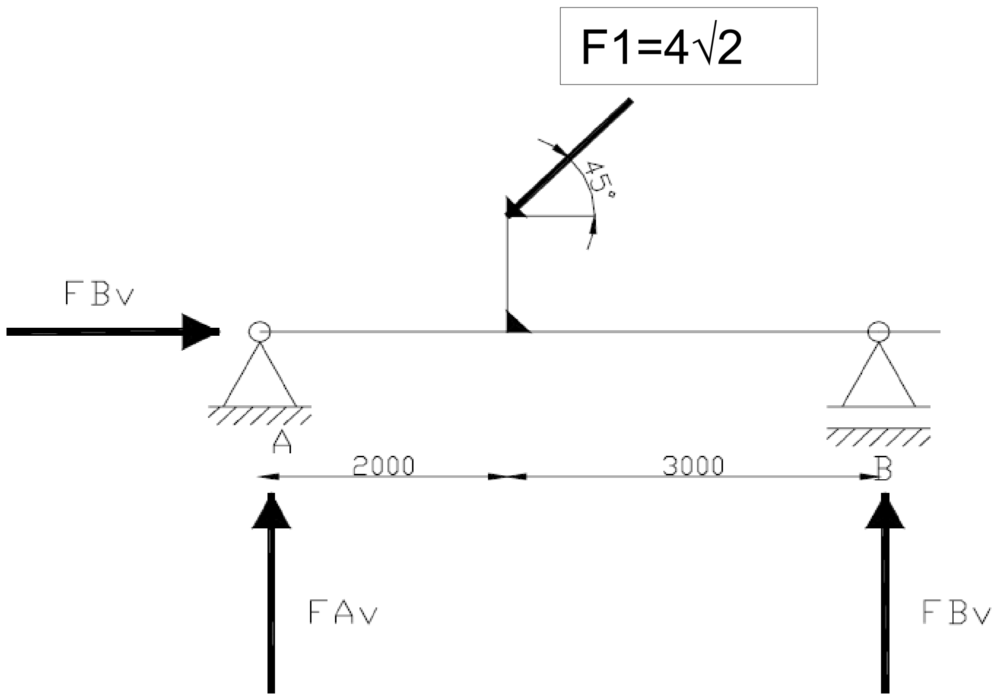


Voorbeeld#3 - Momentenlijn



Voorbeeld#4

Voorbeeld 4



Voorbeeld#4

Ontbinden van F1 in:
Naar beneden gerichte verticale kracht: Fv = 4 kN
Naar links gerichte horizontale kracht : Fh = 4 kN

Σ M t.o.v. A = 0

-Fv * 2 + Fh * 1 + FBv * 5 = 0
-4 * 2 + 4 * 1 = - 5FBv

FBv = 0.8 kN

ΣFv = 0

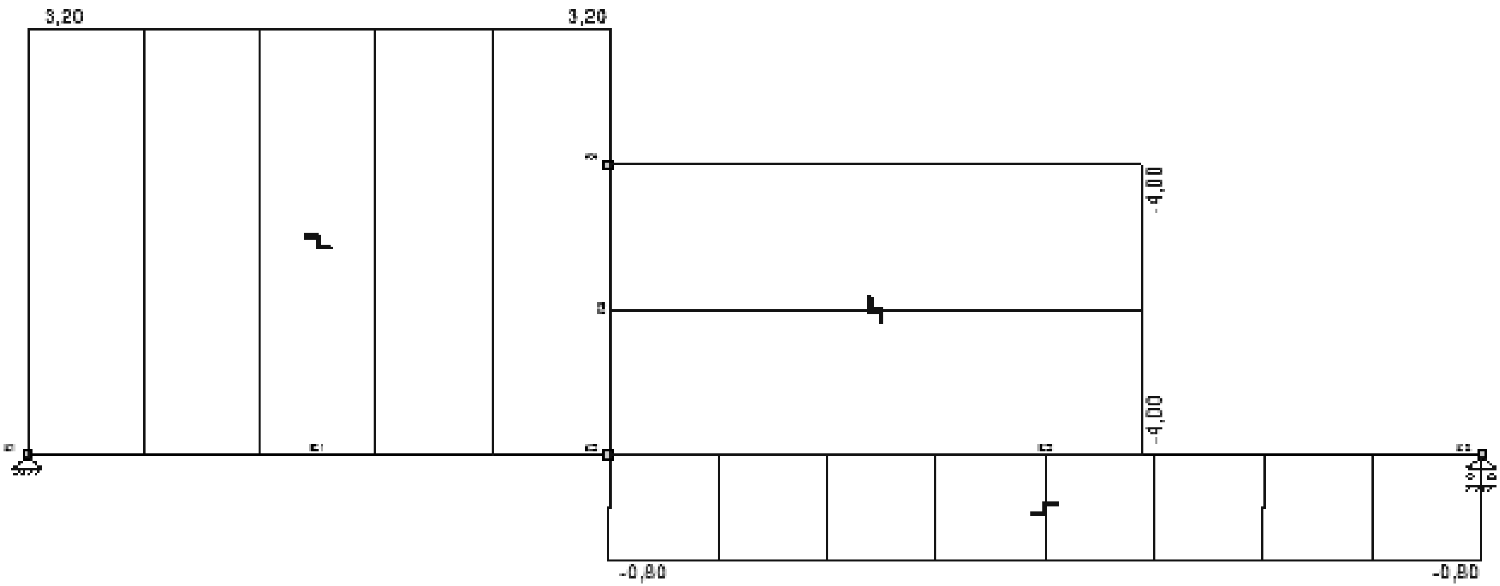
+Fv – FAv – FAb = 0
4 – FAv – 0.8 = 0
FAv = 3.2 kN

Σ Fh = 0

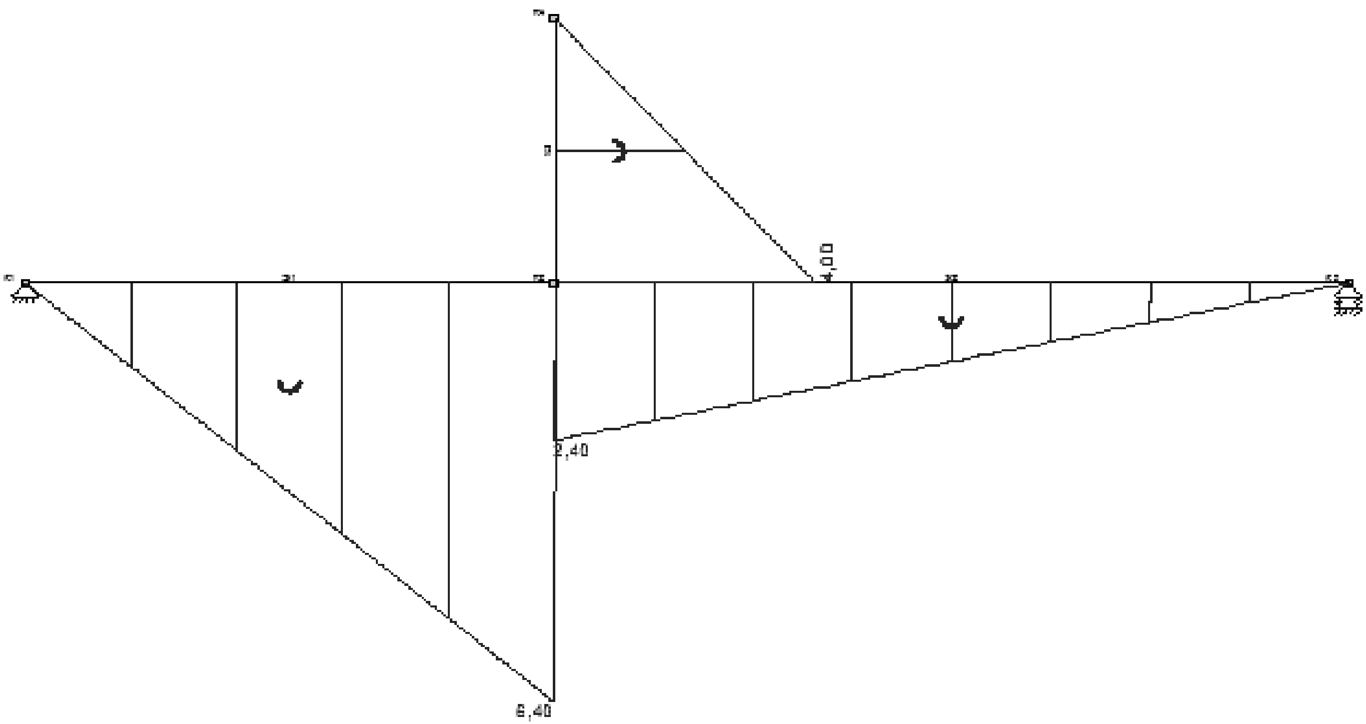
Fh – FAh = 0

4 – FAh = 0
FAh = 4 kN

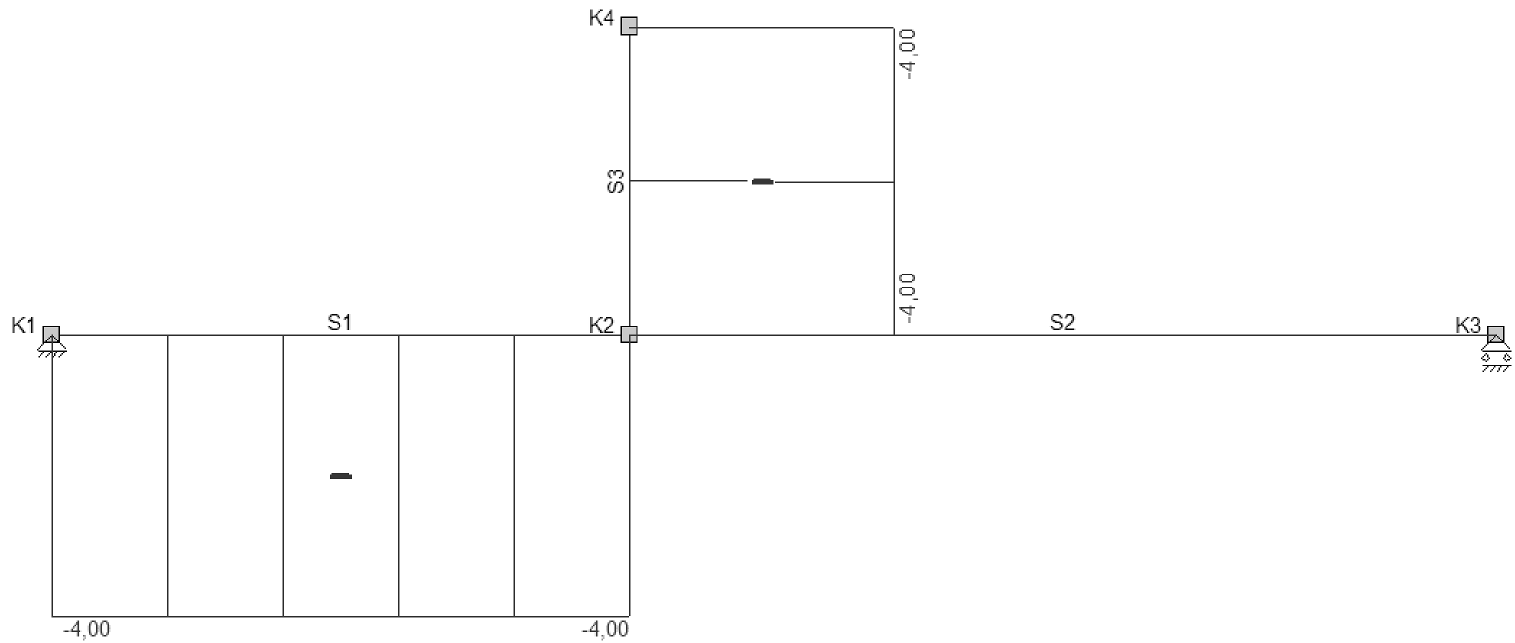
Voorbeeld#4 - Dwarskrachtenlijn



Voorbeeld#4 - Momentenlijn



Voorbeeld#4 - Normaalkrachtenlijn



EINDE

Docent: M.J.Roos