

Werkblad TI83 - Berekenen van integralen met de GR

De GR kent *twee* functies (procedures) waarmee het mogelijk is (numerieke waarden van) integralen te berekenen – eigenlijk is het ‘benaderen’, maar deze benaderingen zijn redelijk nauwkeurig.

We laten beide methodes hieronder zien aan de hand van twee voorbeelden.

Het verdient aanbeveling deze methodes via de voorbeelden "na te spelen".

Methode 1: fnInt

Met de procedure **fnInt** (te bereiken via **[MATH] <MATH>9 : fnInt**) kunnen we de "numerieke" integraal berekenen via het rekenscherf.

De procedure moet voorzien worden van enkele parameters; de syntax van de procedure luidt:

fnInt (uitdrukking, variabele, ondergrens, bovengrens)

of

fnInt (uitdrukking, variabele, ondergrens, bovengrens, tolerantie)

Hierin is:

uitdrukking - het functievoorschrift (zoals dat ook in het **[Y=]** menu wordt gebruikt);

variabele - de X;

ondergrens - de linker grens van het integratie-interval;

bovengrens - de rechter grens van het integratie-interval;

tolerantie - min of meer de afwijking van de werkelijke waarde (standaard waarde 10^{-5}).

Voor ons doel is het niet noodzakelijk de waarde van de tolerantie als parameter te vermelden, tenzij we meer dan de gebruikelijke drie of vier decimalen wensen.

Voorbeelden

[1] Bereken $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$.

Het functievoorschrift is hier $1/x$, de variabele is de x , de ondergrens is gelijk aan 1 en de bovengrens is gelijk aan 2.

Via het rekenscherf vinden we dan (>>>):

De waarde in drie decimalen is dan: 0,693.

Notatie: $\int_1^2 \frac{1}{x} dx \approx 0,693$

We gebruiken het teken \approx om aan te geven dat we hier te maken hebben met een (via de GR) verkregen numerieke waarde.

```
fnInt(1/X,X,1,2)
.6931471806
```

[2] Bereken $\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \sin x dx$.

Bij het invoeren van de functie moet gelet worden op het sluithaakje achter **sin(x)**!

De door de GR berekende waarde in het scherm hiernaast (>>>) is **FOUT!**

De juiste waarde is namelijk 1.

Dit wordt veroorzaakt door de instelling , **[MODE]**, waarmee de sinus-functie door de GR wordt behandeld. Die instelling moet in dit geval namelijk **Radian** (berekeningen met radialen) zijn.

☐ Ga een en ander na en zet de mode op **Radian**.

☐ Verklaar de uitkomst van de berekening hiernaast (>>>):

```
fnInt(sin(X),X,0
,1/2π)
.021530788
```

```
fnInt(sin(X),X,0
,1/2π)
.021530788
fnInt(sin(X),X,0
,1/2π)
1
```

```
fnInt(sin(X),X,0
,2π)
0
```

Methode 2: $\int f(x) dx$

In het CALC-menu vinden we de procedure **7 : $\int f(x) dx$** . Hiermee is het mogelijk integralen te berekenen van functies waarvan de grafiek op het grafische scherm staat.

Noodzakelijk daarvoor is dan, dat het functievoorschrift via het **[Y=]** menu vastgelegd is, en dat het betreffende deel van de functie (in ieder geval het integratie-interval) op het grafische scherm staat (eventueel in te stellen in het **[WINDOW]** menu).

Voorbeelden

[1] Bereken $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$.

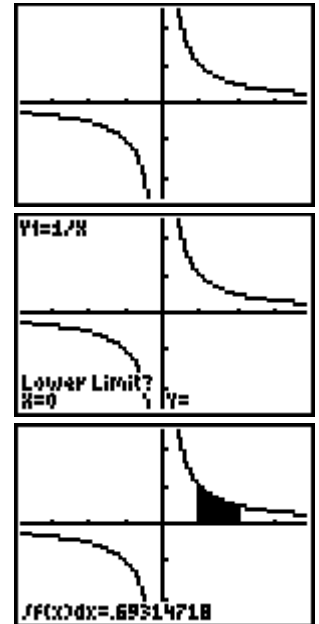
Nadat de grafiek op het grafische scherm is verschenen (gebruik indien nodig de optie **[ZOOM] 6 : ZStandard**), kiezen we **[CALC] 7 : $\int f(x) dx$** .

We moeten dan de ondergrens (1) invullen; zie de vraag "Lower Limit?" onder in het scherm (>>>):

Na het drukken op [1], gevolgd door **[Enter]** moeten we de bovengrens (Upper Limit?) invullen.

Na [2] **[Enter]** krijgen we (>>>):

We zien dat het betreffende vlakdeel (tussen grafiek en x-as) ook wordt weergegeven.

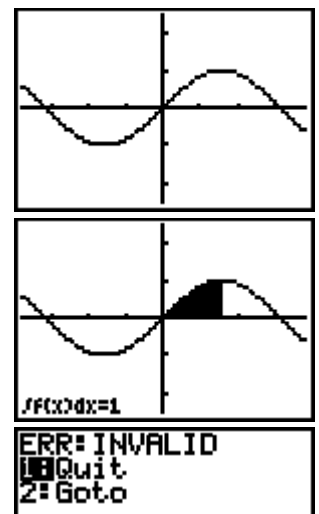


[2] Bereken $\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \sin x dx$.

Met ten opzichte van Voorbeeld 1 iets gewijzigde **WINDOW** instellingen (wijzigen met bijvoorbeeld **[ZOOM] 2 : Zoom In**) krijgen we nu (>>>):

Invullen van de onder- en bovengrens geeft (>>>):

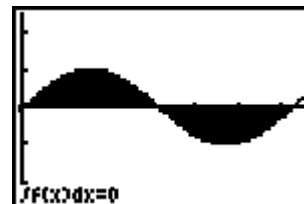
Willen we op deze manier (dus zonder verdere wijziging van de **WINDOW** instellingen) ook $\int_0^{2\pi} \sin x dx$ berekenen, dan krijgen we (>>>):



Kiezen we **2 : Goto**, dan geeft de GR aan, dat de waarde 2π blijkbaar "invalid" is.

Dit wordt veroorzaakt door het feit, dat de gebruikte procedure *alleen* werkt als het **gehele** integratie-interval daadwerkelijk op het grafische scherm zichtbaar is. De procedure maakt namelijk gebruik van de op het scherm staande grafiek.

Kiezen we in [WINDOW] de waarden $X_{min} = -0.1$ en $X_{max} = 6.5$, dan krijgen we (>>>):



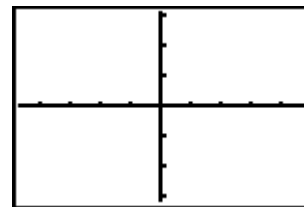
Toegift - Tekenen

We kunnen met de procedure **fnInt** ook grafieken tekenen.

We gaan daarbij uit van de instelling van het grafische scherm via

[ZOOM] 4:ZDecimal, gevolgd door [ZOOM] 5:ZStandard.

Dit geeft, als Y1, Y2, ... leeg zijn, het hiernaast (>>>) staande scherm:



We kennen eerst de "functie" **fnInt (2T, T, 0, X)** toe aan Y1.

Let op: de variabele T moet hier ingevoerd worden als [ALPHA] [4].

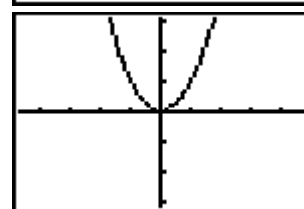
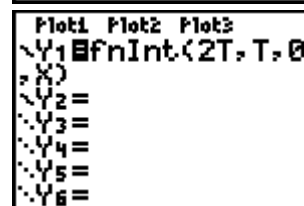
Druk hierna niet direct op [GRAPH], maar kies eerst [WINDOW] en wijzig de waarde van Xres (onderste regel) in een grotere waarde dan 1; bijvoorbeeld 4).

Daarna geeft [GRAPH] de grafiek van een functie (>>>):

Opmerking

Bij $X_{res} = 1$ wordt de grafiek getekend via elk pixel op de x -as; bij $X_{res} = 4$ wordt de grafiek getekend met elk vierde pixel op de x -as (de maximale waarde voor X_{res} is 8). Deze wijziging geeft dus een snellere weergave van de grafiek(en).

[einde Opmerking]



Vraag

☐ Van welke functie is nu de grafiek getekend?

Aanwijzing

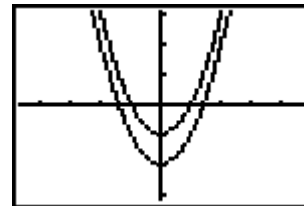
De betekenis van $Y1 = \text{fnInt}(2T, T, 0, X)$ is $y = f(x) = \int_0^x 2t \, dt$.

[einde Aanwijzing]

Wijzig de functie Y1 in **fnInt (2T, T, 1, X)** en maak Y2 gelijk aan

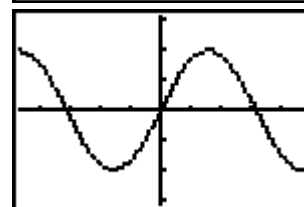
fnInt (2T, T, √2, X)

☐ Welke functies worden dan getekend?



Bekijk ook eens $Y1 = \text{fnInt}(2\cos(T), T, 0, X)$.

☐ Welke functie is nu getekend?



☐ Welke functie wordt getekend met

$Y1 = \text{fnInt}(2\cos(T), T, 0.5, X)$?

