

Uitwerkingen Tentamen ribKEV, 22 juni 2010, opgave 1, 2 en 3.

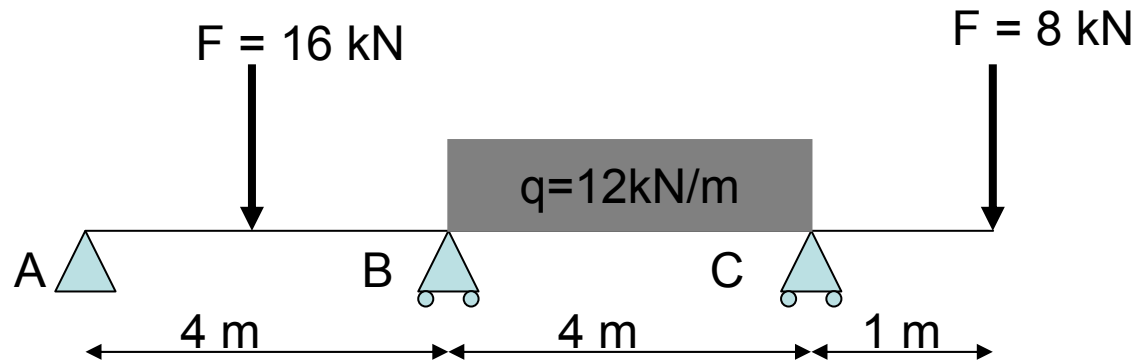
# ribKEV

Rekenvoorbeeld

Statisch onbepaalde ligger

Vraag 1 tentamen 22 juni 2010

M.Roos



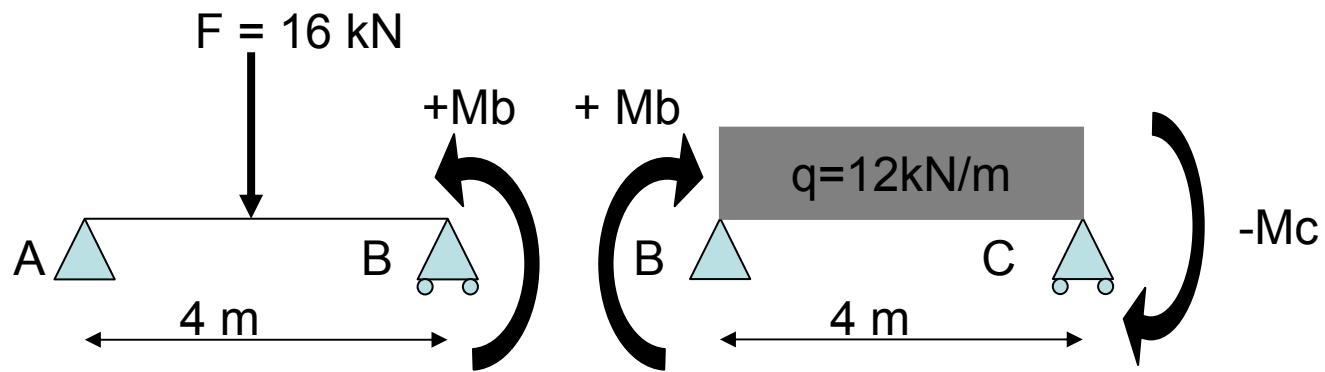
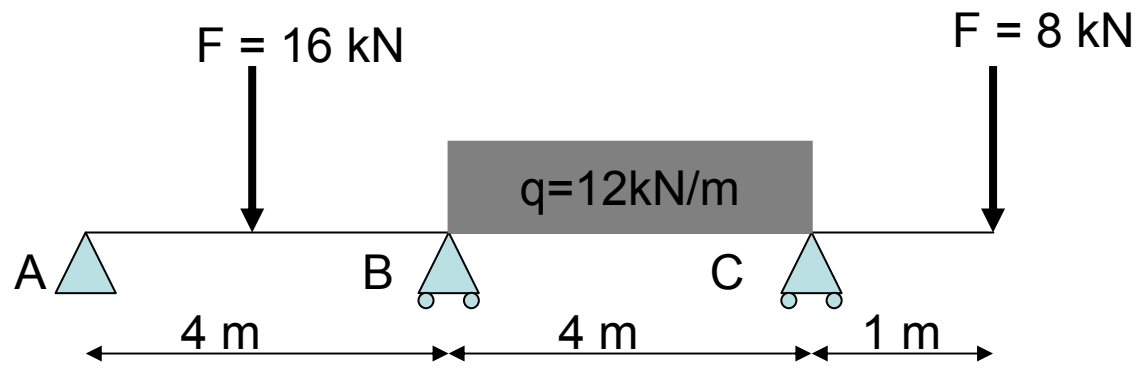
$$n = 4 - 3$$

Enkelvoudig statisch onbepaald

Deel de ligger op in statisch bepaalde liggers

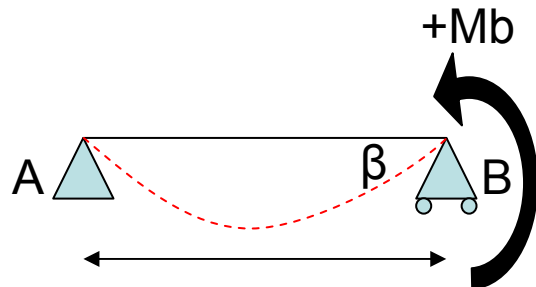
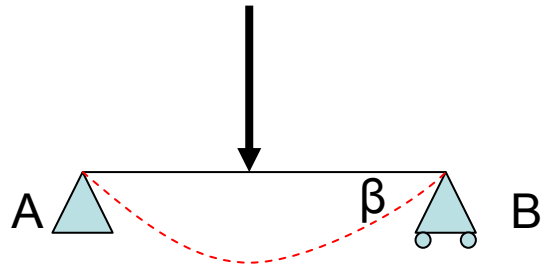
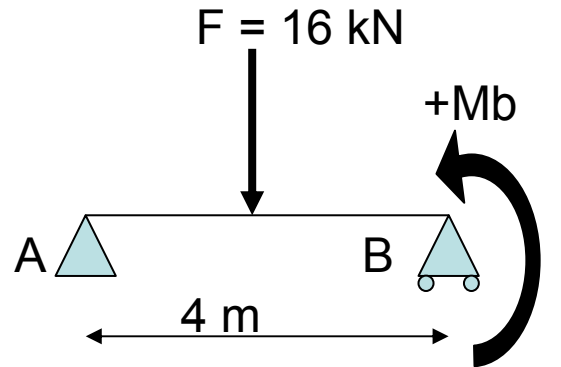
Voor de uitkraging met  $F = 8 \text{ kN}$  plaatsen we een moment van  $8 \text{ kN} \times 1 \text{ m} = 8 \text{ kNm}$  (negatief) op steunpunt C.

T.p.v. steunpunt B maken we een gaping, op het steunpunt B nemen we daarvoor een moment op (de statisch onbepaalde) dit moment nemen we voorlopig positief aan.



## Deelligger A-B, steunpunt B

VVV :  $\phi_{B\text{-links}} = \phi_{B\text{-rechts}}$



**1<sup>e</sup> deel:**

$$\phi_{\beta} = FL^2 / 16EI = 16 / EI$$

**2<sup>e</sup> deel:**

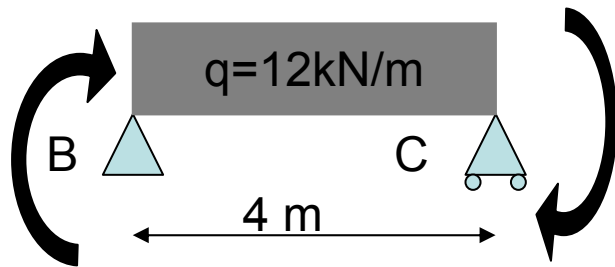
$$\phi_{\beta} = MbL / 3EI = 1,33Mb / EI$$

**$\Phi_{\beta\text{-totaal}} = \text{deel 1} + \text{deel 2}:$**

$$\Phi_{\beta\text{-totaal}} = 16/EI + 1,33Mb/EI$$

## Deelligger B-C, steunpunt B

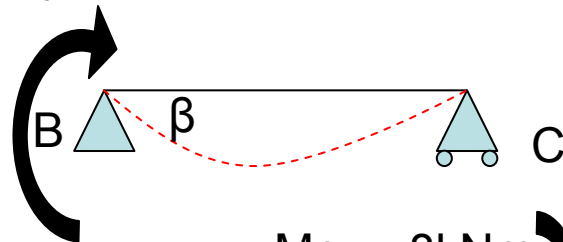
VVV :  $\phi_{B-links} = \phi_{B-rechts}$



$-Mc$

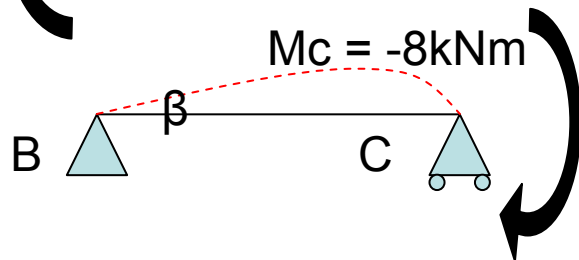
**1<sup>e</sup> deel:**

$$\phi_{\beta} = -MbL / 3EI = - 1,33Mb / EI$$



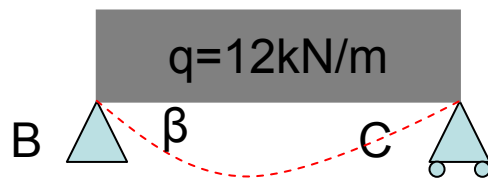
**2<sup>e</sup> deel:**

$$\phi_{\beta} = +McL / 6EI = + 5,33 / EI$$



**3<sup>e</sup> deel:**

$$\phi_{\beta} = -qL^3 / 24EI = - 32 / EI$$



**$\Phi_{\beta-totaal} = \text{deel 1} + \text{deel 2} + \text{deel 3}:$**

$$\Phi_{\beta-totaal} = - 1,33Mb/EI + 5,33/EI - 32/EI$$

## Deelligger B-C, steunpunt B

$$VVV : \phi_{B-links} = \phi_{B-rechts}$$

$$\phi_{\beta-links} = 16/EI + 1,33Mb/EI$$

$$\phi_{\beta-rechts} = - 1,33Mb/EI + 5,33/EI - 32/EI$$

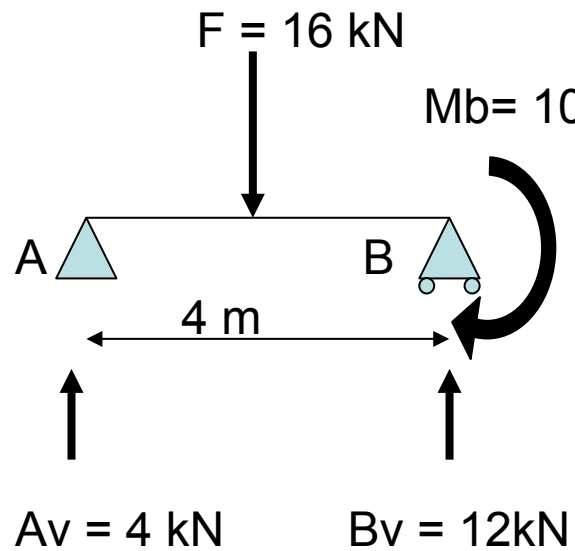
$$16/EI + 1,33Mb/EI = - 1,33Mb/EI + 5,33/EI - 32/EI$$

$$2,67Mb/EI = - 42,67/EI$$

$$Mb = - 16 \text{ kNm}$$

Het moment ondergaat dus een tekenverandering, dwz dat het door ons aangenomen positieve moment foutief is aangenomen en dat het moment juist negatief is.

Dit negatieve moment tpv steunpunt B geeft dus boven het steunpunt een negatieve buiging.



**Som van de momenten t.o.v. B = 0**

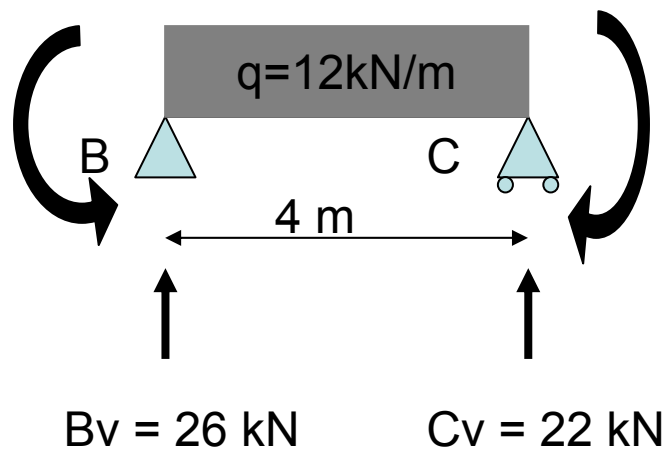
$$-(A_v \times 4) + (16 \times 2) - 16 = 0$$

$$A_v = 4 \text{ kN} \quad \downarrow$$

**Som verticale krachten is nul**

$$-4 + 16 - B_v = 0$$

$$B_v = 12 \text{ kN}$$



**Som van de momenten t.o.v. C = 0**

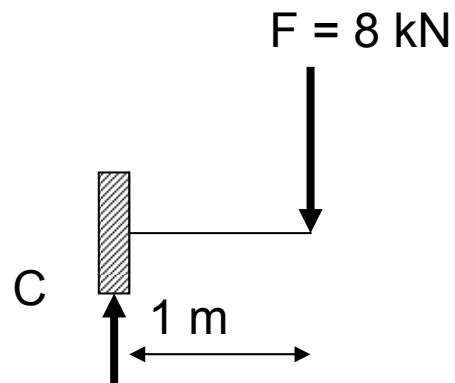
$$-(B_v \times 4) + ((12 \times 4) \times 2) + 16 - 8 = 0$$

$$B_v = 26 \text{ kN}$$

**Som verticale krachten is nul**

$$-26 + 48 - C_v = 0$$

$$C_v = 22 \text{ kN}$$



$$C_v = 8 \text{ kN}$$

**Som verticale krachten is nul**

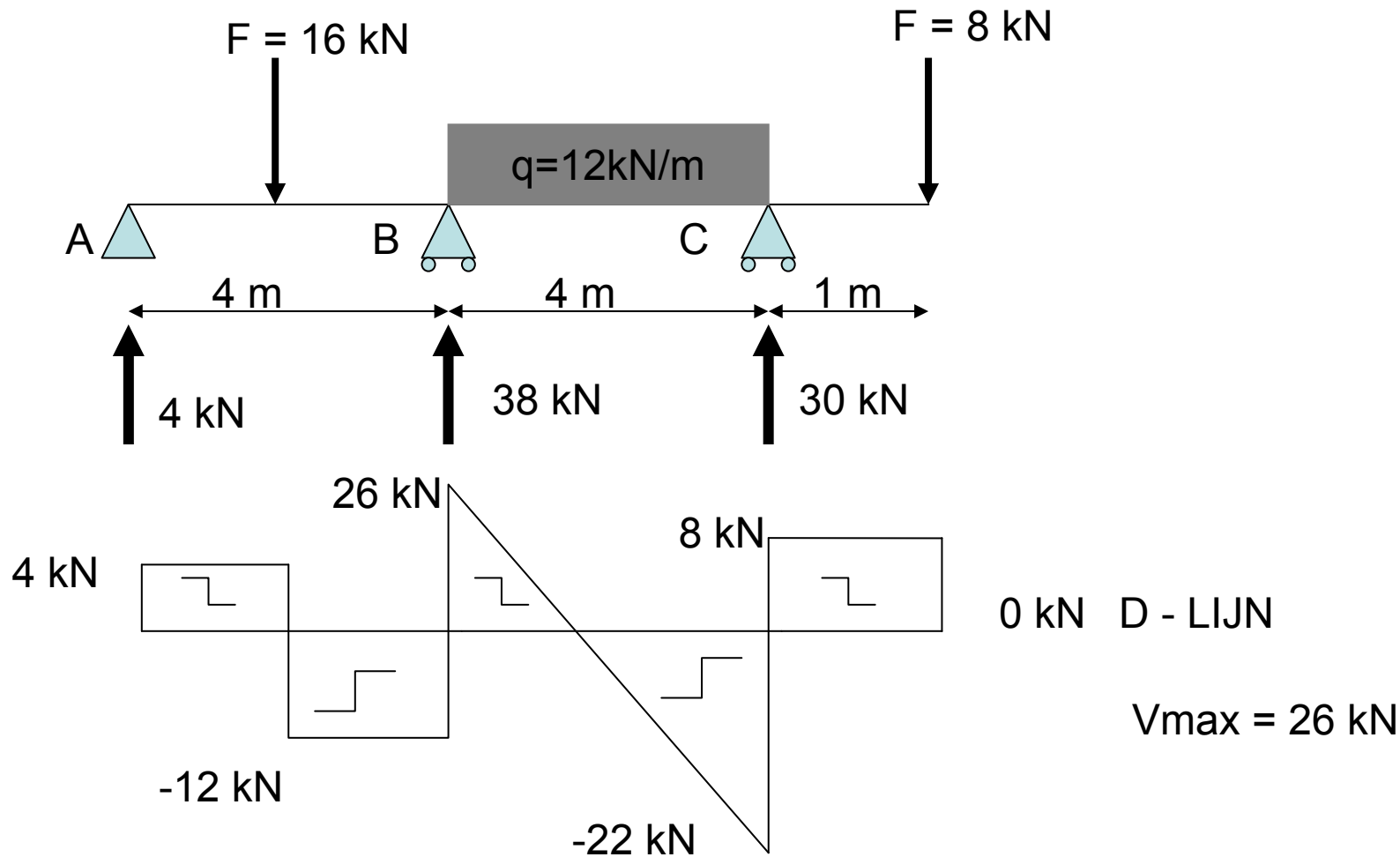
$$-C_v + 8 = 0$$

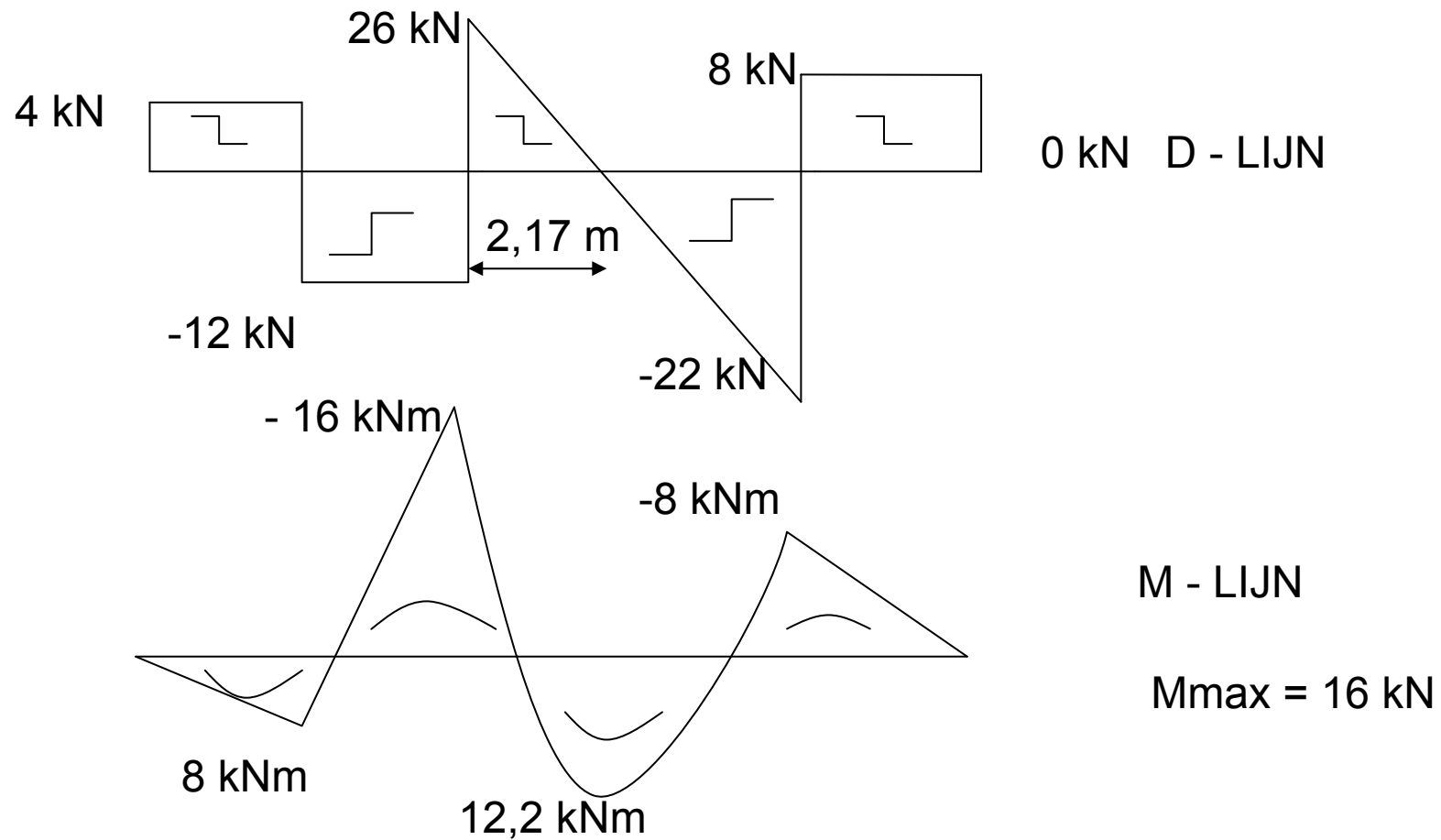
$$C_v = 8 \text{ kN}$$

$$A_v = 4 \text{ kN}$$

$$B_v = 12 \text{ kN} + 26 \text{ kN} = 38 \text{ kN}$$

$$C_v = 22 \text{ kN} + 8 \text{ kN} = 30 \text{ kN}$$





*D- en M-lijn niet op schaal*

$$f_{m \text{ staal}} = 235 \text{ N/mm}^2$$

$$T_{\text{staal}} = 136 \text{ N/mm}^2$$

$$W = 16.000.000 / 235 = 68 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$A = 26000 / 136 = 191,2 \text{ mm}^2$$

### **Uit tabellenboek:**

HE100A

$$W_y = 72,76 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$I_y = 349,2 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$A = 2124 \text{ mm}^2$$

Alijf<sub>HE100A</sub>:

$$(H - (2 \times t_f)) \times t_w$$

$$(96 - (2 \times 8)) \times 5 = 400 \text{ mm}^2$$

$$\tau = F/A = 26000/400 = 65 \text{ N/mm}^2$$

$$UC = 65 / 136 \leq 1$$

Op afschuiving akkoord

De ligger HE100A voldoet op sterkte. De ligger dient nog getoetst te worden op stijfheid.

## Berekening op stijfheid

$$E = 210000 \text{ N/mm}^2$$

### Deel A-B

$$u_1 = FL^3 / 48EI = 16000 \times 4000^3 / 48 \times 210000 \times 3492000 = 29,1 \text{ mm} \downarrow$$

$$u_2 = -ML^2 / 16EI = -16 \times 10^6 \times 4000^2 / 16 \times 210000 \times 3492000 = 21,8 \text{ mm} \uparrow$$

$$u_{\text{totaal A-B}} = 29,1 - 21,8 = 7,3 \text{ mm} \downarrow$$

### Deel B – C

$$u_1 = 5qL^4 / 384EI = 5 \times 12 \times 4000^4 / 384 \times 210000 \times 3492000 = 54,5 \text{ mm} \downarrow$$

$$u_2 = ML^2 / 16EI = 16 \times 10^6 \times 4000^2 / 16 \times 210000 \times 3492000 = 21,8 \text{ mm} \uparrow$$

$$u_3 = ML^2 / 16EI = 8 \times 10^6 \times 4000^2 / 16 \times 210000 \times 3492000 = 11 \text{ mm} \uparrow$$

$$u_{\text{totaal B-C}} = 54,5 - 21,8 - 11 = 22 \text{ mm} \downarrow$$

## Uitkraging

Hoekverdraaiing in C

$$\varphi_1 = qL^3 / 24 EI = 12 \times 4000^3 / 24 \times 210000 \times 3492000 = 0,0436 \text{ rad}$$

$$\varphi_2 = ML / 3EI = 8 \times 10^6 \times 4000 / 3 \times 210000 \times 3492000 = - 0,0145 \text{ rad}$$

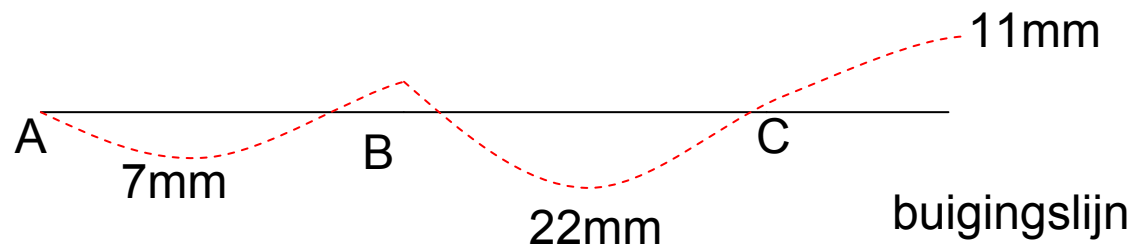
$$\varphi_3 = ML / 6EI = 16 \times 10^6 \times 4000 / 6 \times 210000 \times 3492000 = - 0,0145 \text{ rad}$$

$$\varphi_{\text{totaal}} = 0,0436 - 0,0145 - 0,0145 = 0,0146 \text{ rad}$$

$$u_{\text{uitkraging}} = 1000 \text{ mm} \times 0,0146 = 14,6 \text{ mm} \uparrow$$

$$u_{\text{kracht}} = FL^3 / 3EI = 8000 \times 1000^3 / 3 \times 210000 \times 3492000 = 3,64 \text{ mm} \downarrow$$

$$u_{\text{totaal}} = 14,6 - 3,64 = 11 \text{ mm} \uparrow$$



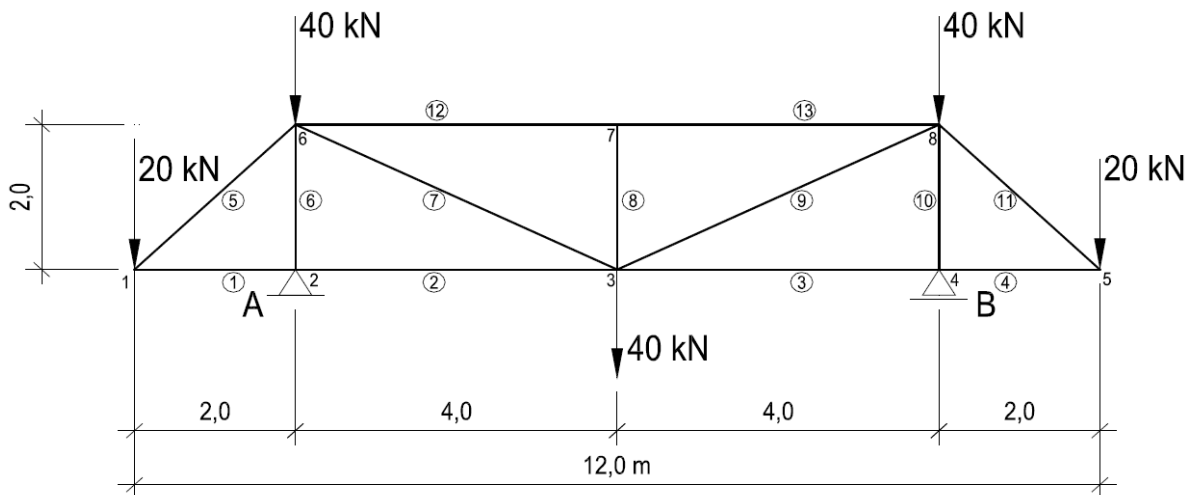
### **Stijfheidseis voor daken:**

$$u_{\max} = 0,004 \times L = 0,004 \times 4000 = 16\text{mm}$$

UC = 22 / 16 > 1, niet akkoord op stijfheid.

Men dient een zwaarder profiel te kiezen.

Uitwerking Tentamen 22 juni 2010, ribKEV, vraag 2 en 3,



**Som van de momenten t.o.v. A**

$$(20 \times 2) - (40 \times 4) - (40 \times 8) - (20 \times 10) + 8R_b = 0$$

$$R_b = 80 \text{ kN}$$

$$F_v = 0$$

$$20 + 40 + 40 + 40 + 20 - 80 - R_a = 0$$

$$R_a = 80 \text{ kN}$$

$$S \geq 2K - 3$$

$$S = 2 \times 8 - 3$$

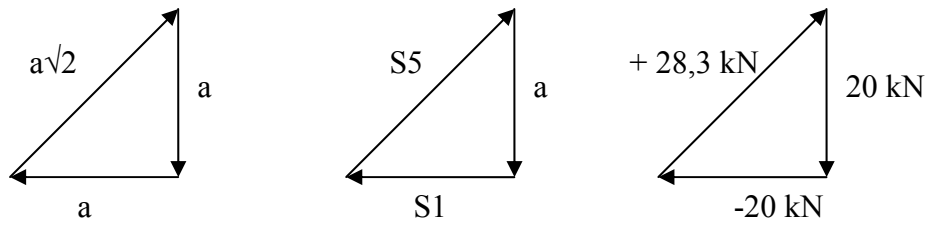
$S = 13 \rightarrow$  De constructie is vormvast ( de staven zijn doelmatig aangebracht)

$$S = 2K - R$$

$$S = 2 \times 8 - 3$$

$S = 13 \rightarrow$  De constructie is kinematisch bepaald (De constructie is plaatsvast, hij kan geen verdraaiing of rotatie ondergaan.).

### Knooppunt 1

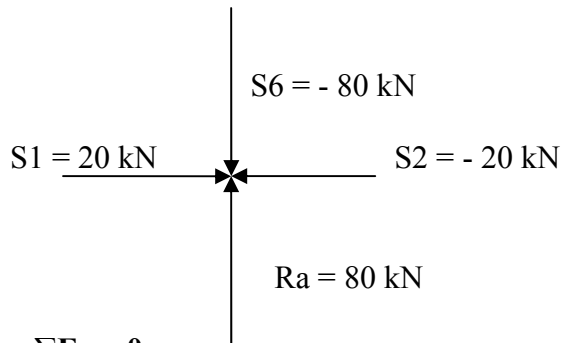


$$S5 = + 28,3 \text{ kN (trekkracht)}$$

$$S1 = - 20,0 \text{ kN (drukkracht)}$$

|

### Knooppunt 2



$$\sum F_v = 0$$

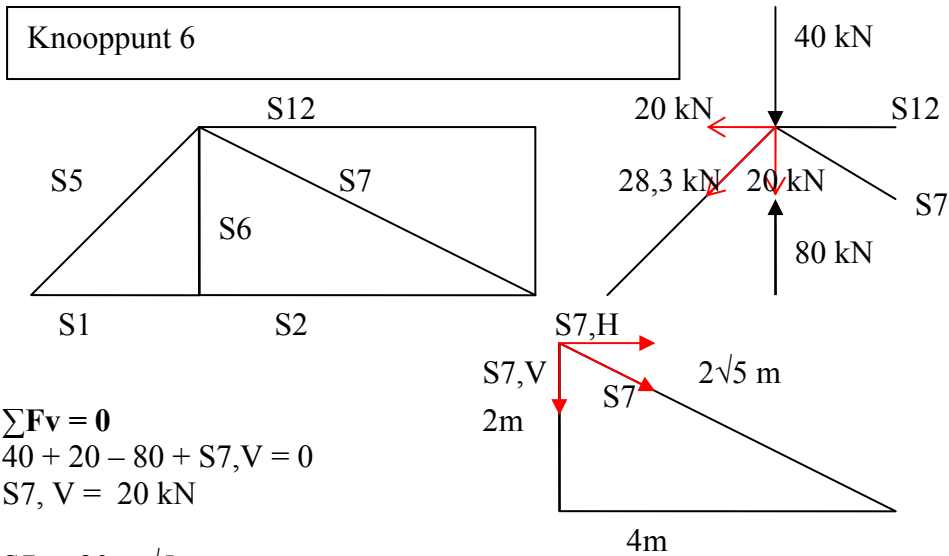
$$- 80 + S6 = 0$$

$$S6 = 80 \text{ kN (drukkracht)}$$

$$\sum F_h = 0$$

$$+20 - S2 = 0$$

$$S2 = 20 \text{ kN (drukkracht)}$$



$$\sum F_v = 0$$

$$40 + 20 - 80 + S_{7,V} = 0$$

$$S_{7,V} = 20 \text{ kN}$$

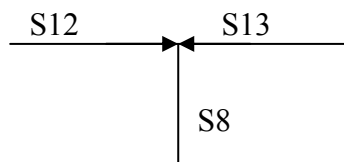
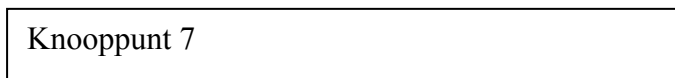
$$S_7 = 20 \times \sqrt{5}$$

$$S_7 = 44,7 \text{ kN (trekkracht)}$$

$$\sum F_h = 0$$

$$+20 - S_{12} = 0$$

$$S_{12} = 20 \text{ kN (drukkracht)}$$



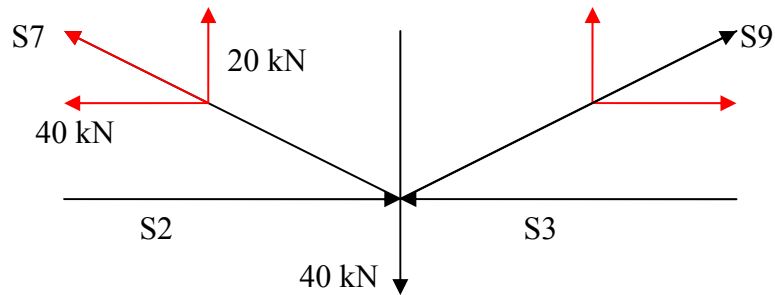
Een onbelaste knooppunt met 3 staven. 2 Staven in elkaars verlengde dan moet de derde staaf, staaf 8, een nulstaaf zijn.

$$\sum F_h = 0$$

$$20 - S_{13} = 0$$

$$S_{13} = 20 \text{ kN (drukkracht)}$$

### Knooppunt 3



$$\sum F_v = 0$$

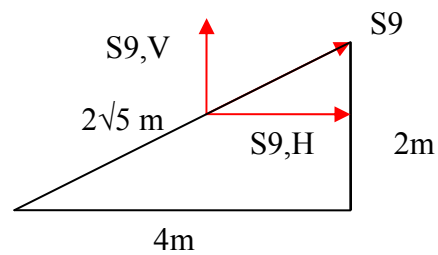
$$40 - 20 - S_{9,V} = 0$$

$$S_{9,V} = 20 \text{ kN}$$

$$S_9 = 20 \times \sqrt{5}$$

$$S_9 = 44,7 \text{ kN (trekkracht)}$$

$$S_{9,H} = 20 \times 2 = 40 \text{ kN}$$



$$\sum F_h = 0$$

$$-40 + 20 + S_{9,H} + S_3 = 0$$

$$-40 + 20 + 40 + S_3 = 0$$

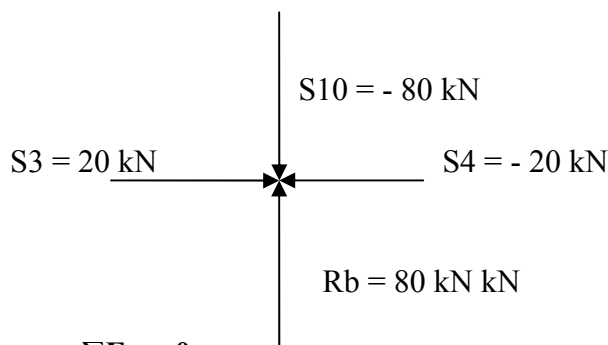
$$S_3 = -20 \text{ kN (drukkracht)}$$

$$\sum F_v = 0 \text{ (controle, zie knooppunt 7)}$$

$$S_8 - 20 + 40 - 20 = 0$$

$$S_8 = 0 \text{ kN (nulstaaf)}$$

### Knooppunt 4



$$\sum F_v = 0$$

$$-80 + S_{10} = 0$$

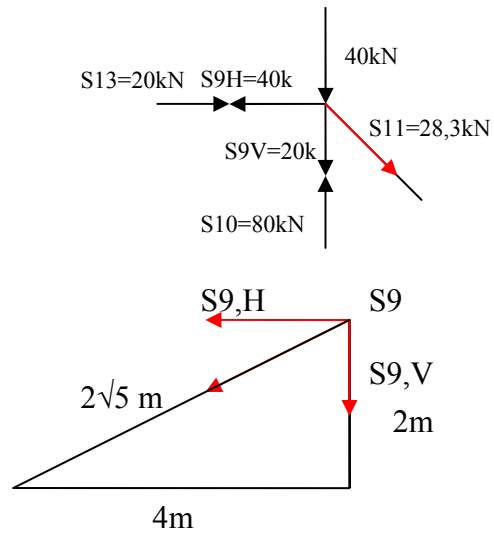
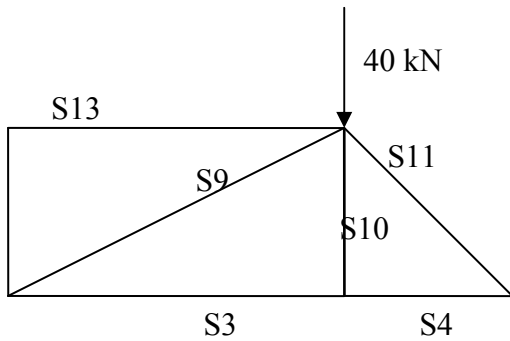
$$S_{10} = 80 \text{ kN (drukkracht)}$$

$$\sum F_h = 0$$

$$+20 - S_4 = 0$$

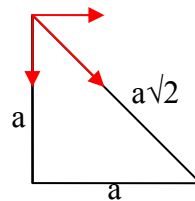
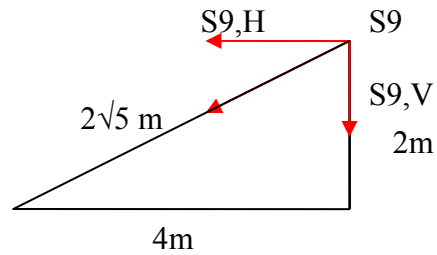
$$S_4 = 20 \text{ kN (drukkracht)}$$

## Knooppunt 8



$$\begin{aligned} \sum F_v &= 0 \\ 40 + 20 - 80 + S_{11,V} &= 0 \\ S_{11,V} &= 20 \text{ kN} \\ S_{11} &= \sqrt{2} \times 20 \\ S_{11} &= 28,3 \text{ kN (trekkracht)} \end{aligned}$$

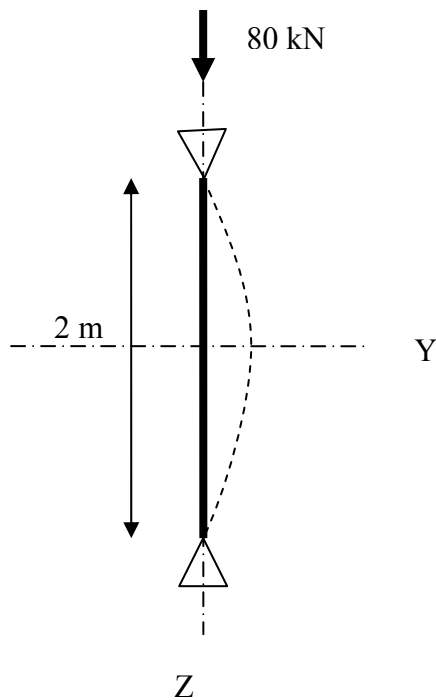
$$\begin{aligned} \sum F_h &= 0 \\ +20 - 40 + S_{11,H} &= 0 \\ S_{11,H} &= \sqrt{2} \times 20 \\ S_{11,H} &= 28,3 \text{ kN (trekkracht)} \end{aligned}$$



Staat	Normaalkracht	Trek / druk
1	- 20,0 kN	drukstaaf
2	- 20,0 kN	drukstaaf
3	- 20,0 kN	drukstaaf
4	- 20,0 kN	drukstaaf
5	+ 28,3 kN	trekstaaf
6	- 80,0 kN	drukstaaf
7	+ 44,7 kN	trekstaaf
8	0,0 kN	nulstaaf
9	+ 44,7 kN	trekstaaf
10	- 80,0 kN	drukstaaf
11	+ 28,3 kN	trekstaaf
12	- 20,0 kN	drukstaaf
13	- 20,0 kN	drukstaaf

## Berekening op knik

Staaf 6 drukstaaf



Warmgewalst, buis 60x60x4

Staalkwaliteit S235

$E = 2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$

$I_y = I_z = 453600 \text{ mm}^4$

$A = 878,8 \text{ mm}^2$

$N:c:s:d = 80 \text{ kN}$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{453600}{878,8}} = 22,72$$

$$\lambda_Y = \frac{L_{buc}}{i_Y} = \frac{2000}{22,72} = 88,03$$

$$\lambda_e = \sqrt{\frac{\pi^2 \times E}{f_{y,d}}} = \sqrt{\frac{\pi^2 \times 2,1 \times 10^5}{235}} = 93,91$$

$$\lambda_{Y:rel} = \frac{\lambda_Y}{\lambda_{rel}} = \frac{88,03}{93,91} = 0,94$$

Of

$$F_{Y:E} = \frac{\pi^2 \times E_d \times I_y}{L^2_{buc}} = \frac{\pi^2 \times 2,1 \times 10^5 \times 453600}{2000^2} = 235 \text{ kN}$$

$$N_{c,u,d} = A \times f_{y,d} = 878,8 \text{ mm}^2 \times 235 \text{ N/mm}^2 = 206,5 \text{ kN}$$

$$\lambda_{y:rel} = \sqrt{\frac{N_{c,u,d}}{F_{y,E}}} = \sqrt{\frac{206,5 \text{ kN}}{235 \text{ kN}}} = 0,94$$

Kies voor instabiliteitskromme a ( $\lambda_{Y:rel} = 0,94$ )  $\rightarrow \omega_{Y:buc} = 0,706$

$$\frac{N_{:c:s:d}}{\omega_{Y:buc} \times N_{:c:w:d}} = \frac{80}{0,706 \times 206,5} = 0,55 \leq 1, \text{ Voldoet op knik.}$$

Berekening op druk

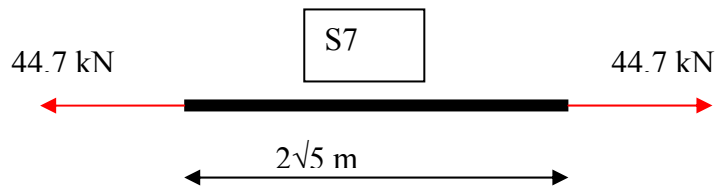
$$\sigma_c = \frac{N_{:c:s:d}}{A} = \frac{80000}{878,8} = 91 \text{ N/mm}^2, \text{ UC} = 91 / 235 < 1, \text{ Voldoet op drukspanning}$$

Lengteverandering (verkorting) met de Wet van Hooke,

$$\Delta L = \frac{FxL}{ExA} = \frac{80000 \times 2000}{2,1 \times 10^5 \times 878,8} = 0,87 \text{ mm}$$

## Berekening op trek van staaf 7

Staaf 7



$$\sigma_t = \frac{F}{A} = \frac{44700}{878,8} = 51 \text{ N/mm}^2, \text{ UC} = 51/235 < 1, \text{ Voldoet op trekspanning.}$$

Lengteverandering (verlenging) met de Wet van Hooke,

$$\Delta L = \frac{FxL}{ExA} = \frac{44700 \times 4472,14}{2,1 \times 10^5 \times 878,8} = 1,08 \text{ mm}$$